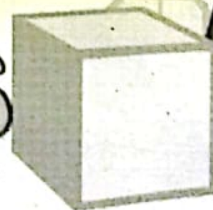
ઝડપી ગણિત



IBPS, SBI, LIC, GIC, RRB, SSC, TAT, TET, CMAT, પોલીસ કોન્સ્ટેબલ, PSI, UPSC, GPSC જેવી તમામ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષામાં Shortcut Methods સાથેનું ઉપયોગી ગણિતની પાયાની સમજ આપતું પુસ્તક





પરેશ જે. ત્રિવેદી
(M. Sc.)

VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

તમામ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષાઓ માટે ખૂબ જ ઉપયોગી એવું
Shortcut Methods આધારિત ગણિતની પાયાની સમજ આપતું પુસ્તક.....

ઝડપી ગણિત

-: લેખક :-

પરેશ જનાર્દનભાઈ ત્રિવેદી
M.Sc.

પ્રકાશન :
સિદ્ધિ વિનાયક પબ્લીકેશન
શાહીબાગ, વાઘાવાડી રોડ,
ભાવનગર

ઈ-મેઈલ : paresh5767@gmail.com
મોબાઈલ : 7383229851

ISBN : 978-93-5137-240-0

પહેલી આવૃત્તિ : 3000 નકલ
(ચાર માસ બાદ)
બીજી આવૃત્તિ : 5000 નકલ
ત્રીજી આવૃત્તિ : 3000 નકલ
ચોથી આવૃત્તિ : 3000 નકલ

કિંમત ₹ 300

અનુક્રમણિકા

સંખ્યાઓ

- જો સમાન નિશાની હોય તો સરવાળો કરી જે તે નિશાની મૂકવી.

  ઉદા. $8+5 = 13$ અને $-8-5 = -13$

- જો વિરુધ્ધ નિશાની હોય તો બાદબાકી કરી મોટી રકમની નિશાની મૂકવી.

  ઉદા. $-8+5 = -3$ અને $8-5 = 3$

- ગુણાકારમાં સમાન નિશાનીનો ગુણાકાર ધન થાય છે.

  ઉદા. $8 \times 5 = 40, -8 \times -5 = 40$

- ગુણાકારમાં વિરુધ્ધ નિશાનીનો ગુણાકાર ઋણ આવે છે.

  ઉદા.$-8 \times 5 = -40,\ 8 \times -5 = -40$

- કોઈપણ સંખ્યા 0 સાથે ગુણતા જવાબ 0 આવે છે.

  ઉદા. $5 \times 0 = 0,\ 7 \times 0 = 0$

- કોઈ પણ સંખ્યા પર ઘાત 0 હોય તો જવાબ 1 આવે છે.

  $5^0 = 1$

- જો અંશ 0 હોય તો જવાબ 0 આવે છે.

  $\frac{0}{5} = 0$

- જો છેદ 0 હોય તો જવાબ અનંત આવે છે.

  $\frac{5}{0} = \propto$ (અનંત)

- $\frac{0}{0} =$ અવ્યાખ્યાયીત

- ગુણાકારમાં આધાર સરખા હોય તો ઘાતનો સરવાળો થાય છે.

  $5^2 \times 5^4 = 5^6$

- ભાગાકારમાં આધાર સરખા હોય તો ઘાતની બાદબાકી થાય છે.

  $5^4 \div 5^3 = 5^{4-3} = 5^1$

- જો બે સંખ્યાનો ગુણાકાર 1 હોય તો તે બે સંખ્યાઓ પરસ્પર વ્યસ્ત કહેવાય છે.
- જો બે સંખ્યાનો સરવાળો 0 હોય તો તે બે સંખ્યાઓ પરસ્પર વિરોધી કહેવાય છે.
- કોઈ પણ ધન કે ઋણ સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશા ધન હોય છે.

અગત્યના પરિણામો

1. $1+2+3+4 ......+n = \frac{n}{2}(n+1)$

2. $1^2+2^2+3^2+4^2....+n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$

3. $1^3+2^3+3^3+4^3.... +n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

4. $1+3+5+7.....+n = N^2$ (જ્યાં N એકી સંખ્યાઓની કુલ સંખ્યા છે.)

5. $2+4+6+8+10......+n = N(N+1)$ (N બેકી સંખ્યાઓની કુલ સંખ્યા છે.)

તેમજ સરાસરી માટે

$1+2+3.....+n$ સંખ્યાની સરાસરી $\frac{n+1}{2}$ થાય.

કેટલાક ઉપયોગી સુત્રો

(1) $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$

(2) $(x-y)^2 = x^2-2xy+y^2$

(3) $(x+y)^2-(x-y)^2 = 4xy$

(4) $(x+y)^2+(x-y)^2 = 2(x^2+y^2)$

(5) $x^2-y^2 = (x-y)(x+y)$

(6) $(x+y)^3 = x^3+y^3+3xy(x+y)$

(7) $(x-y)^3 = x^3-y^3-3xy(x-y)$

(8) $x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$

(9) $x^3+y^3 = (x+y)^3-3xy(x+y)$

(10) $x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$

(11) $x^3-y^3 = (x-y)^3+3xy(x-y)$

(12) જો $x+y+z=0$ હોય તો $x^3+y^3+z^3 = 3xyz$

(13) $(x+y+z)^3 = x^3+y^3+z^3+3(x+y)(y+z)(x+z)$

(14) $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)$

પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ : જે સંખ્યાઓથી વસ્તુઓને ગણી શકાય તે સંખ્યાઓને પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કહે છે. જેમકે 1, 2, 3,.... ને પ્રાકૃતિક સંખ્યા કહે છે. જેમાં -1,-2,-3 જેવી ઋણ સંખ્યાઓ ગણાતી નથી.

પૂર્ણ સંખ્યાઓ : પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓમાં 0 ઉમેરવાથી મળતી સંખ્યાઓને પૂર્ણ સંખ્યાઓ કહે છે.
જેમકે 0,1,2,3,....વગેરે પૂર્ણ સંખ્યાઓ છે. -5,-7, $^3/2$, $^5/3$ ને પૂર્ણ સંખ્યા કહેવાતી નથી.

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ : ઋણપૂર્ણાંક, 0 અને ધનપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંક સંખ્યા કહે છે. જેમકે -5,-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,... વગેરે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે.

સંમેય સંખ્યાઓ : 8, $^7/2$, $^5/7$, $-^3/4$, 0 વગેરે
એટલે કે ધનપૂર્ણાંક, ઋણપૂર્ણાંક, 0 અને અપૂર્ણાંકને સંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.

અસંમેય સંખ્યાઓ : $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$ જેવી સંખ્યાઓને અસંમેય સંખ્યાઓ કહે છે.

સ્થાન કિંમત : 6725માં 5ની સ્થાન કિંમત તે એકમના સ્થાન પર હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત 5 થાય છે. જ્યારે 2 દશકના સ્થાને હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત 20 થાય અને 7 શતકના સ્થાને હોવાથી તેની સ્થાન કિંમત 700 થાય છે.

સ્થૂળ કિંમત : 6725માં 5ની સ્થૂળ કિંમત 5, 2ની સ્થૂળ કિંમત 2, 7 ની સ્થૂળ કિંમત 7 થાય છે. આમ કોઈપણ અંકની સ્થૂળ કિંમત હંમેશા તે જ રહે છે.

ભાજ્ય, ભાગફળ, ભાજક અને શેષ

ભાગફળ
ભાજક) ભાજ્ય
શેષ

આમ ભાજ્ય = ભાજક x ભાગફળ + શેષ

ધ્યાન રાખવા જેવા મુદ્દા

- 0 એ ધનસંખ્યા અથવા ઋણ સંખ્યા કહેવાતી નથી.
- 1 એ વિભાજ્ય કે અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી.
- નાનામાં નાની પ્રાકૃતિક સંખ્યા +1 છે.
- મોટામાં મોટો ઋણ પૂર્ણાંક - 1 છે.
- 2 એ એક માત્ર બેકી અવિભાજ્ય સંખ્યા છે.
- નાનામાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યા 2 છે.
- 1 થી 100 સંખ્યા વચ્ચે આવતી કુલ અવિભાજ્ય સંખ્યા 25 છે.
- પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓના એકમના સ્થાન પર હંમેશા 1, 4, 5, 6 અને 9 અંકોમાંથી કોઈ એક અંક આવે છે.
- પૂર્ણધન સંખ્યાના એકમના સ્થાન પર 0 થી 9 સુધીની કોઈપણ સંખ્યા હોઈ શકે.

• **101 વડે ગુણાકાર**

- કોઈ પણ 11 થી 99 સુધીની સંખ્યાનો ગુણાકાર 101 સાથે કરવો હોય તો તે સંખ્યા બે વાર લખવાથી જવાબ મળે છે.

  17 x 101 = 1717
  89 x 101 = 8989

- જો સંખ્યા 101 થી 199 સુધી હોય તો તે સંખ્યામાં 1 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા.

  132 x 101 = 13332 [132 + 1 = 133 અને છેલ્લા બે આંકડા = 32]
  189 x 101 = 19089 [189 + 1 = 190 અને છેલ્લા બે આંકડા = 89]

- જો સંખ્યા 201 થી 299 હોય તો 2 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા, જો 301 થી 399 હોય તો 3 ઉમેરી છેલ્લા બે આંકડા મૂકવા.

  231 x 101 = 23331 [231 + 2 = 233 અને છેલ્લા બે આંકડા = 31]
  335 x 101 = 33835 [335 + 3 = 338 અને છેલ્લા બે આંકડા = 35]

• **99 વડે ગુણાકાર**

- જો સંખ્યા 11 થી 99 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 1 બાદ કરી તે સંખ્યા ડાબી બાજુએ લખવી પછી 100માંથી તે સંખ્યા બાદ કરી જમણી બાજુએ મૂકવી.

  28 x 99 = 2772 [28 - 1 = 27, 100 - 28 = 72]
  78 x 99 = 7722 [78 - 1 = 77, 100 - 78 = 22]

- જો સંખ્યા 101 થી 199 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 2 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરી મૂકવા.

  198 x 99 = 19602 [198 - 2 = 196, 100 - 98 = 02]

- જો સંખ્યા 201 થી 299 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 3 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરવા.
- જો સંખ્યા 301 થી 400 વચ્ચે હોય તો તે સંખ્યામાંથી 4 બાદ કરી છેલ્લા બે આંકડા 100માંથી બાદ કરવા.

  229 x 99 = 22671 [229 - 3 = 226, 100 - 29 = 71]
  371 x 99 = 36729 [371 - 4 = 367, 100 - 71 = 29]

• **11 વડે ગુણાકાર**

- 36 x 11 = 396 [36માં 3 અને 6 ની વચ્ચે 3 અને 6નો સરવાળો એટલે કે 9 મૂકવો.]
- 45 x 11 = 4 [4+5] 5 = 495
- 24 x 11 = 2 [2 + 4] 4 = 264
- 58 x 11 = 638

પ્રથમ 5 અને 8 નો સરવાળો 13 થાય.

તેથી એકમનો અંક 8 લખી સરવાળા 13 માં 3 લખી વદી 1 તે 5માં ઉમેરતા 6 આવે આમ 638 જવાબ થાય.

- 78 x 11 = 858 [7 + 8 = 15 માં 5 લખી વદી 1 તે 7માં ઉમેરતા 8 આવે]
- 98 x 11 = 1078 [9 + 8 = 17 માં 7 લખી વદી 1 તે 9માં ઉમેરતા10 મળે]

- **જ્યારે બે આંકડાના ગુણાકારમાં દશકનો અંક સરખો હોય અને એકમના અંકનો સરવાળો 10 થાય ત્યારે.....**

→ પ્રથમ એકમના અંકોનો ગુણાકાર કરવો.

→ ત્યાર બાદ દશકના અંકમાં 1 ઉમેરી તેનો ગુણાકાર તે સંખ્યા સાથે કરવો.

56 x 54 = 3024 [6 x 4 = 24 જમણી બાજુ, 5 + 1 = 6 x 5 = 30 ડાબી બાજુ]

72 x 78 = 5616 [2 x 8 = 16 જમણી બાજુ, 7 + 1 = 8 x 7 = 56 ડાબી બાજુ]

93 x 97 = 9021 [3 x 7 = 21 જમણી બાજુ, 9 + 1 = 10 x 9 = 90 ડાબી બાજુ]

65 x 65 = 4225 [5 x 5 = 25 જમણી બાજુ, 6 + 1 = 7 x 6 = 42 ડાબી બાજુ]

- **વર્ગની ટૂંકી રીત માટે**
  - 5 ના વર્ગ માટેની શોર્ટકટ

એકમનો અંક 5 હોય તે સંખ્યાના વર્ગ કરવા માટે પ્રથમ 5નો વર્ગ 25 લખો, ત્યારબાદ દશકમાં 1 ઉમેરી તેનો ગુણાકાર દશકનાં અંક સાથે કરવો.

$(35)^2 = 1225$ [$(5)^2 = 25, 3 + 1 = 4 \times 3 = 12$]

$(65)^2 = 4225$ [$(5)^2 = 25, 6 + 1 = 7 \times 6 = 42$]

$(85)^2 = 7225$ [$(5)^2 = 25, 8 + 1 = 9 \times 8 = 72$]

- જે સંખ્યામાં ફક્ત 1 જ હોય તેના વર્ગની રીત

$(111)^2 = 12321$

(અહીં 3 એકડા હોવાથી 1 થી 3 લખવા, ત્યારબાદ ફરી 1 સુધી ઉતરતા ક્રમમાં લખવા)

$(11111)^2 = 123454321$

(અહીં 5 એકડા હોવાથી 1 થી 5 લખવા, ત્યારબાદ ફરી 1 સુધી ઉતરતા ક્રમમાં લખવા)

- **51 થી 59 સુધીના વર્ગની રીત :**

પ્રથમ 5નો વર્ગ લખી તેમાં એકમનો અંક ઉમેરવો ત્યારબાદ એકમના અંકનો વર્ગ કરી લખવો. જેમ કે :

$(52)^2$ = [$25 + 2 = 27, (2)^2 = 04$] = 2704

$(54)^2$ = [$25 + 4 = 29, (4)^2 = 16$] = 2916

$(58)^2$ = [$25 + 8 = 33, (8)^2 = 64$] = 3364

- **11 થી 19ના વર્ગની રીત**

પ્રથમ એકમનો અંક તે સંખ્યામાં ઉમેરીને સંખ્યા ડાબી બાજુએ લખવી ત્યારબાદ એકમના અંકનો વર્ગ કરી જમણી બાજુએ લખવો.

$(12)^2$ = [12+2 =14, $(2)^2$ = 4] = 144

$(13)^2$ = [13+3 =16, $(3)^2$ = 9] = 169

$(17)^2$ = [17+7 = 24, $(7)^2$ = 49 માં 9 લખી વદી4, 24માં ઉમેરતા 28 થાય] = 289

$(19)^2$ = [19+9 = 28, $(9)^2$ = 81, 28 + વદી 8 = 36] = 361

- **91 થી 99ના વર્ગની રીત**

પ્રથમ100માંથી તે સંખ્યા બાદ કરી જે સંખ્યા મળે તે સંખ્યા મૂળ સંખ્યામાંથી બાદ કરી ડાબી બાજુએ લખવી ત્યારબાદ તે સંખ્યાનો વર્ગ કરી જમણી બાજુએ લખવો.

(1) $(91)^2$

- 100 - 91 = 9, 91 - 9 = 82 તે ડાબી બાજુ લખવા.
- $(9)^2$ = 81 જમણી બાજુ લખવા.

આમ $(91)^2$ = 8281

(2) $(93)^2$

- 100 - 93 = 7, 93 - 7 = 86 તે ડાબી બાજુ લખવા.
- $(7)^2$ = 49 જમણી બાજુ લખવા

આમ $(93)^2$ = 8649

(3) $(96)^2$

- 100 - 96 = 4, 96 - 4 = 92 તે ડાબી બાજુ લખવા.
- $(4)^2$ = 16 જમણી બાજુ લખવા.

આમ $(96)^2$ = 9216

- **101 થી 109 ના વર્ગની રીત**
  - 100 કરતાં જેટલી સંખ્યા વધુ હોય તે મૂળ સંખ્યામાં ઉમેરીને ડાબી બાજુ લખવી.
  - 100 કરતાં જેટલી સંખ્યા વધુ હોય તેનો વર્ગ કરી જમણી બાજુ લખવાં.

(1) $(103)^2$

100 કરતાં 3 વધારે હોવાથી 103 + 3 = 106 ડાબી બાજુ લખવા.

ત્યારબાદ 3નો વર્ગ 9 એટલે 09 જમણીબાજુ લખવા.

$\therefore (103)^2$ = 10609

(2) $(105)^2$

- 100 કરતાં 5 વધારે હોવાથી 105 + 5 = 110 ડાબી બાજુ લખવા.
- 5નો વર્ગ 25 જમણી બાજુ લખવો.

$\therefore (105)^2 = 11025$

(3) $(109)^2$

- 100 કરતાં 9 વધારે હોવાથી 109 + 9 = 118 ડાબી બાજુ લખવા.
- 9નો વર્ગ 81 જમણી બાજુ લખવો.

$\therefore (109)^2 = 11881$

- **બે જુદા જુદા સમયનો સરવાળો કરવાની ટૂંકી રીત :**

(1) 3 કલાક અને 45 મિનિટ તથા 2 કલાક અને 20 મિનિટનો સરવાળો કરવા માટે.

- 3 કલાક અને 45 મિનિટને 345 લખવા.
- 2 કલાક અને 20 મિનિટને 220 લખવા.
- 345 + 220 = 565
- દરેક સરવાળામાં 40 ઉમેરવા.
- 565 + 40 = 605
- જમણી બાજુના બે આંકડા મિનિટ અને ડાબી બાજુના આંકડા કલાક દર્શાવે છે.
- 605 = 6 કલાક અને 05 મિનિટ

(2) 12 કલાક અને 55 મિનિટ તથા 7 કલાક અને 42 મિનિટનો સરવાળો કરવા માટે.

- 12 કલાક અને 55 મિનિટ = 1255
- 7 કલાક અને 42 મિનિટ = 742
- 1255 + 742 = 1997
- 1997 + 40 = 2037
- 2037 = 20 કલાક અને 37 મિનિટ

ભાગાકાર માટે ધ્યાનમાં રાખવા જેવી બાબતો

- બધી સંખ્યાઓને 1 વડે ભાગી શકાય છે.
- જે સંખ્યાનો એકમનો અંક બેકી સંખ્યા હોય, તેને 2 વડે ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાઓના અંકોનો સરવાળો 3ના ગુણાંકમાં હોય, તો તે સંખ્યાને ત્રણ વડે ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાના છેલ્લા બે અંકોથી બનતી સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય, તો તે આખી સંખ્યાને 4 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાનો છેલ્લો અંક 5 અથવા 0 હોય, તો તે સંખ્યાને 5 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- જો સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 3ના ગુણાંકમાં હોય અને સંખ્યાનો છેલ્લો અંક બેકી હોય તો તે સંખ્યાને 6 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાના છેલ્લા ત્રણ અંકોથી બનેલી સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો તે સંખ્યાને 8 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જો સંખ્યાના બધા અંકોનો સરવાળો 9ના ગુણાંકમાં હોય તો તે સંખ્યાને 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0(શૂન્ય) હોય, તે સંખ્યાને 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.
- સંખ્યાનો એકી અને બેકી સ્થાનના અંકોનો સરવાળો સરખો હોય અથવા સરવાળાનો તફાવત 11ના ગુણાંકમાં હોય, તો તે સંખ્યાને 11 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.
- જો n બેકી સંખ્યા હોય તો $(a-1)^n$ ને a વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ 1 વધે.
- જો n એકી સંખ્યા હોય તો $(a-1)^n$ ને a વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ -1 વધે.
- જ્યારે $(a+1)^n$ ને a વડે ભાગવામાં આવે તો શેષ 1 વધે.

ઉદા. 19^{22} ને 20 વડે ભાગતાં મળતી શેષ શોધો.

$$19^{22} \div 20$$

$$= \frac{19^{22}}{20}$$

$$= \frac{(20-1)^{22}}{20}$$

$\therefore$ શેષ = 1

BODMAS નો નિયમ

સામાન્ય રીતે સાદુરૂપ આપવા માટે BODMAS શબ્દના ક્રમાંક અનુસાર સાદુરૂપ આપવામાં આવે છે. જેમાં BODMASનો અર્થ નીચે મુજબ થાય છે.

B → Bracket → કૌંસ → [{(-)}]

O → Of → નું → ગુણાકાર કરવો

D → Division → ભાગાકાર → ÷

M → Multiplication → ગુણાકાર → x

A → Addition → સરવાળો → +

S → Subtraction → બાદબાકી → -

જેમાં કૌંસમાં સાદારૂપમાં પ્રથમ રેખાખંડ કૌંસ—ત્યારબાદ નાનો કૌંસ ( ) ત્યારબાદ છગડીયો કૌંસ { } ત્યારબાદ કાટખૂણીયા કૌંસ [ ] નું સાદુરૂપ આપવું.

1. $800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - (\overline{18 - 8} \div 2) + 6\}]$ નું સાદુરૂપ આપો.

$= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - (\overline{18 - 8} \div 2) + 6\}]$

$= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - (10 \div 2) + 6\}]$

$= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - \{35 - 5 + 6\}]$

$= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times [40 - 36]$

$= 800 \div 4 \text{ of } 8 \times 4$

$= 800 \div 32 \times 4$

$= \frac{800}{32} \times 4$

$= 25 \times 4$

$= 100$

2. $125 + 150 \div 6 = ?$

$= 125 + \frac{150}{6}$

$= 125 + 25$

$= 150$

3. $2280 \times 24 + 24 - 40 = ?$

$= 54720 + 24 - 40$

$= 54704$

4. $288 \div 36 \div 18 = ?$

$$= \frac{288}{36} \div 18$$

$$= 8 \div 18$$

$$= \frac{8}{18}$$

$$= \frac{4}{9}$$

5. $40 \times 2 \div 10 + 5 - 4 = ?$

$$= 40 \times \frac{2}{10} + 5 - 4$$

$$= 8 + 5 - 4 = 9$$

6. $5 \times 5 + 5 + (5 \times 5 \div 5 + 50) = ?$

$$= 5 \times 5 + 5 + (5 \times 1 + 50)$$

$$= 5 \times 5 + 5 + (5 + 50)$$

$$= 5 \times 5 + 5 + 55$$

$$= 25 + 5 + 55$$

$$= 85$$

7. $\dfrac{48 \text{ of } (72 \div 24) \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } (2 + 18) \div 3 \text{ of } 2 \times (100 \div 75)}$ નું સાદુરૂપ આપો.

$$= \frac{48 \text{ of } \left(\frac{72}{24}\right) \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } (20) \div 3 \text{ of } 2 \times \left(\frac{100}{75}\right)}$$

$$= \frac{48 \text{ of } 3 \times 6 + 18 \div 6}{12 \text{ of } 20 \div 3 \text{ of } 2 \times \left(\frac{4}{3}\right)}$$

$$= \frac{144 \times 6 + 18 \div 6}{240 \div 6 \times \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{144 \times 6 + 3}{40 \times \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{\frac{864+3}{160}}{3}$$

$$= \frac{867 \times 3}{160}$$

$$= \frac{2601}{160}$$

8. $\frac{0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3}{0.8 \times 0.8 \times 0.8 - 0.6 \times 0.6 \times 0.6}$ નું સાદુરૂપ આપો.

$$= \frac{(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3)}{0.4 \times 2 \times 0.4 \times 2 \times 0.4 \times 2 - 0.3 \times 2 \times 0.3 \times 2 \times 0.3 \times 2}$$

$$= \frac{(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 0.3 \times 0.3 \times 0.3)}{8\,(0.4 \times 0.4 \times 0.4 - 03 \times 0.3 \times 0.3)}$$

$$= \frac{1}{8}$$

9. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right) \ldots\ldots \left(1-\frac{1}{50}\right) = ?$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \ldots \times \frac{49}{50}$$

$$= \frac{1}{50}$$

10. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right) \ldots\ldots \left(1-\frac{1}{100}\right) = \left(\frac{x}{100}\right)$ તો x ની કિંમત શોધો.

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) \ldots\ldots \times \left(\frac{99}{100}\right) = \left(\frac{x}{100}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{100} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = 1$$

11. $(4^3)^4 \div (4^2)^3 = ?$

$$= 4^{12} \div 4^6$$

$$= 4^{12-6}$$

$$= 4^6$$

12. $4^{4^2} \div (4^4)^2$

$$= 4^{16} \div 4^8$$

$$= 4^8$$

સરાસરી

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{અવલોકનો નો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

એટલે કે

અવલોકનોનો સરવાળો = સરાસરી x અવલોકનોની સંખ્યા

ઉદાહરણો

1. 15, 5, 0, 12 અને 8 ની સરાસરી શોધો.

$$\text{સરાસરી} = \frac{15+5+0+12+8}{5}$$

$$= \frac{40}{5} = 8$$

2. 40, 10, 25, 20, 35, x ની સરેરાશ 25 હોય તો x ની કિંમત શોધો.

$$25 = \frac{40+10+25+20+35+x}{6}$$

$\therefore 150 = 130 + x$

$\therefore 20 = x$

$\therefore x = 20$

3. $16a + 16b = 48$ હોય તો a અને bની સરેરાશ શોધો.

$16a + 16b = 48$

$\therefore 16(a+b) = 48$

$\therefore a+b = 3$

$\therefore \frac{a+b}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

$\therefore$ a અને b ની સરેરાશ 1.5 છે.

4. ત્રણ મિત્રોની સરેરાશ ઉંમર 23 વર્ષ છે. જો ચોથા મિત્રની ઉંમર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉંમર 25 વર્ષ થાય છે તો ચોથા મિત્રની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે ?

ત્રણ મિત્રોની સરારેશ ઉંમર = 23 વર્ષ

$\therefore$ ત્રણ મિત્રોની કુલ ઉંમર = 23 x 3 = 69 વર્ષ, ચોથો મિત્ર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉંમર 25 વર્ષ થાય છે.

$\therefore$ ચાર મિત્રોની કુલ ઉંમર = 25 x 4 = 100 વર્ષ

$\therefore$ ચોથા મિત્રની ઉંમર = ચાર મિત્રોની કુલ ઉંમર - ત્રણ મિત્રોની કુલ ઉંમર

= 100 - 69

= 31 વર્ષ

Short cut

નવા મિત્રની ઉંમર = નવી સરેરાશ + જુની સંખ્યા (સરેરાશનો તફાવત)
= 25 + 3 (25 - 23)
= 25 + 3 (2)
= 25 + 6
= 31વર્ષ

5. 80 કિગ્રા વજન ધરાવતી વ્યકિતની જગ્યાએ નવી વ્યક્તિ ઉમેરવાથી ચાર વ્યક્તિના સરેરાશ વજનમાં 5 કિગ્રાનો વધારો થાય છે તો નવી દાખલ થયેલી વ્યક્તિનું વજન કેટલા કિગ્રા. હશે ?

ચાર વ્યક્તિના સરેરાશ વજનમાં થયેલ વધારો = 5 કિગ્રા.

∴ ચાર વ્યક્તિના કુલ વજનમાં થયેલ વધારો = 5 x 4 = 20 કિગ્રા.

નવી વ્યક્તિ દાખલ થવાથી 20 કિગ્રા. વજનમાં વધારો થાય છે તેથી નવી વ્યક્તિનું વજન = 80 + 20 = 100 કિગ્રા.

Short cut

નવી વ્યક્તિનું વજન = જુની વ્યક્તિનું વજન + (સંખ્યા x સરેરાશનો તફાવત)
= 80 + (4 x 5)
= 80 + 20
= 100 કિગ્રા.

6. 100 સુધીની પ્રાકૃતિક સંખ્યાની સરાસરી શોધો.

n પ્રાકૃતિક સંખ્યાનો સરવાળો = $\frac{n}{2}(n+1)$

100 સુધીની સંખ્યાનો સરવાળો = $\frac{100}{2}(100+1)$
= 50 (101)
= 5050

∴ 100 સુધીની સરાસરી = $\frac{5050}{100} = 50.5$

7. 11 પરિણામોની સરેરાશ 50 છે. તેમાંની પ્રથમ 6 પરિણામોની સરેરાશ 49 અને છેલ્લા 6 પરિણામોની સરેરાશ 52 હોય તો છઠ્ઠું પરિણામ શોધો.

11 પરિણામની સરેરાશ = 50

∴ 11 પરિણામોનો કુલ સરવાળો = 50 x 11 = 550

પ્રથમ 6 પરિણામોનો સરવાળો = 49 x 6 = 294

છેલ્લા 6 પરિણામોનો સરવાળો = 52 x 6 = 312

પ્રથમ 6 અને છેલ્લા 6 પરિણામોનો કુલ સરવાળો એટલે કે કુલ 12 પરિણામોનો સરવાળો = 294 + 312 = 606

છઠ્ઠું પરિણામ = 12 પરિણામોનો સરવાળો - 11 પરિણામોનો સરવાળો

= 606 - 550

= 56

Short cut

છઠ્ઠુ પરિણામ = 50 + 6 [(52 - 50) + (49 - 50)]

= 50 + 6 [(2-1)]

= 50 + 6

= 56

8. પાંચ સંખ્યાઓની સરાસરી 27 છે. જો તેમાંની એક સંખ્યા રદ કરી નાખવામાં આવે તો નવી સરેરાશ 25 થાય છે તો રદ કરેલી સંખ્યા શોધો.

પાંચ સંખ્યાનો કુલ સરવાળો = 27 x 5 = 135

એક સંખ્યા રદ થતા ચાર સંખ્યાનો કુલ સરવાળો = 25 x 4 = 100

∴ રદ થયેલ સંખ્યા = પાંચ સંખ્યાનો સરવાળો - ચાર સંખ્યાનો સરવાળો

= 135 - 100

= 35

9. 120 વિદ્યાર્થીઓએ આપેલ પરીક્ષામાં મેળવેલ સરેરાશ ગુણ 35 છે. જો પાસ થયેલા વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 39 હોય અને નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીઓના સરેરાશ ગુણ 15 હોય તો પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા શોધો.

ધારોકે પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા = x

∴ નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા = $(120 - x)$

પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીએ મેળવેલ કુલ ગુણ = $39x$

નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીએ મેળવેલ કુલ ગુણ = $15(120 - x)$

પરીક્ષામાં બેઠેલા વિદ્યાર્થીઓએ મેળવેલ કુલ ગુણ = 120 x 35

= 4200

$\therefore 4200 = 39x + 15(120 - x)$

$4200 = 39x + 1800 - 15x$

$2400 = 24x$

$\therefore x = 100$

∴ પરીક્ષામાં પાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની સંખ્યા = 100

10. એક વ્યક્તિ A થી B સુધીનું અંતર 60 કિમી/કલાકની ઝડપે અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર 40 કિમી/કલાકની ઝડપે કાપે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{કાપેલું કુલ અંતર}}{\text{તે માટે લાગતો સમય}}$$

ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર x કિમી. હોય તો B થી A સુધીનું અંતર પણ x કિમી. થાય

આમ વ્યક્તિ કુલ $x + x = 2x$ કિમી અંતર કાપશે.

હવે

$$\text{A થી B સુધીનું અંતર કાપવા લાગતો સમય } t_1 = \frac{\text{A થી B સુધીનું અંતર}}{\text{A થી B સુધીની ઝડપ}}$$

$$t_1 = \frac{x}{60} \text{ કલાક}$$

તે જ રીતે,

$$\text{B થી A સુધીનું અંતર કાપવા લાગતો સમય } t_2 = \frac{\text{B થી A સુધીનું અંતર}}{\text{B થી A સુધીની ઝડપ}}$$

$$t_2 = \frac{x}{40} \text{ કલાક}$$

$$\text{કુલ સમય} = t_1 + t_2 = \frac{x}{60} + \frac{x}{40} = \frac{2x + 3x}{120} = \frac{5x}{120} = \frac{x}{24} \text{ થાય.}$$

$$\therefore \text{ સરેરાશ ઝડપ} = \frac{\text{કાપેલું અંતર}}{\text{તે માટે લાગતો સમય}}$$

$$= \frac{2x}{x/24}$$

$$= \frac{2 \times 24 \times x}{x}$$

$$= 48 \text{ કિમી / કલાક}$$

Short cut

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{2xy}{x + y}$$ જ્યાં x એ A થી B સુધીની ઝડપ અને y તે B થી A સુધીની ઝડપ

$$= \frac{2 \times 60 \times 40}{60 + 40} = \frac{2 \times 60 \times 40}{100} = 48 \text{ કિમી / કલાક}$$

11. એક વ્યક્તિ તેણે કાપેલા કુલ અંતરના ત્રણ સરખા ભાગ અનુક્રમે 40 કિમી/કલાક, 30 કિમી/કલાક અને 15 કિમી/કલાક ની ઝડપે અંતર કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.

Short cut

$$\text{સરેરાશ ઝડપ} = \frac{3xyz}{xy + yz + zx}$$

$$= \frac{3 \times 40 \times 30 \times 15}{40 \times 30 + 30 \times 15 + 15 \times 40}$$

$$= \frac{3 \times 40 \times 30 \times 15}{2250}$$

$$= 24 \text{ કિમી / કલાક}$$

12. સોમવાર, મંગળવાર અને બુધવારનું સરેરાશ તાપમાન 36^0 તથા મંગળવાર, બુધવાર અને ગુરુવારનું સરેરાશ તાપમાન 38^0 છે. જો ગુરુવારનું તાપમાન 37^0 હોય તો સોમવારનું તાપમાન કેટલું હશે?

સોમ, મંગળ અને બુધનું સરેરાશ તાપમાન $= 36^0$

$\therefore$ સોમ, મંગળ અને બુધનું કુલ તાપમાન $= 36 \times 3 = 108^0$

મંગળ, બુધ અને ગુરુનું સરેરાશ તાપમાન $= 38^0$

$\therefore$ મંગળ, બુધ અને ગુરૂનું કુલ તાપમાન $= 38 \times 3 = 114^0$

ગુરુવારનું તાપમાન $= 37^0$

$\therefore$ મંગળ અને બુધનું કુલ તાપમાન $= 114 - 37 = 77^0$

$\therefore$ સોમવારનું તાપમાન $= 108 - 77 = 31^0$

Short cut

$a - b = n(x - y)$

$\therefore a - 37 = 3\,(36 - 38)$

$a - 37 = 3\,(-2)$

$a = 37 - 6$

$a = 31$

a = પહેલી સંખ્યા અથવા સોમવારનું તાપમાન

b = અંતિમ સંખ્યા અથવા ગુરુવારનું તાપમાન

n = દિવસોની સંખ્યા

x = પહેલા ત્રણ દિવસનું સરેરાશ તાપમાન

y = છેલ્લા ત્રણ દિવસનું સરેરાશ તાપમાન

પ્રેક્ટિસ

1. પાંચ સંખ્યાઓની સરેરાશ 30 છે. જો તેમાંથી એક સંખ્યા રદ કરવામાં આવે તો બાકીની સંખ્યાની સરેરાશ 25 થાય છે તો રદ કરેલી સંખ્યા શોધો.

2. 25 વિદ્યાર્થીઓની સરેરાશ ઉંમર 10 વર્ષ છે. જો તેના એક શિક્ષકની ઉંમર ઉમેરવામાં આવે તો સરેરાશ 1 વર્ષ વધે છે તો શિક્ષકની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?

3. આઠ વ્યક્તિના સમુહમાં એક 65 કિ.ગ્રા. વજન ધરાવતી વ્યક્તિની જગ્યાએ નવી વ્યક્તિનું વજન ઉમેરવાથી સરેરાશ 1.5 કિ.ગ્રા. વધે છે તો નવી આવનાર વ્યક્તિનું વજન કેટલા કિ.ગ્રા. હશે ?

4. એક વ્યક્તિ તેણે કાપેલા અંતરનું અડધું અંતર 6 કિમી / કલાકની ઝડપે અને બાકીનું અડધુ અંતર 3 કિમી / કલાકની ઝડપે કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ કેટલી હશે ?

5. A અને Bની ત્રણ વર્ષ પહેલાની સરેરાશ ઉંમર 20 વર્ષ હતી. C તેમાં જોડાતા તેની હાલની ઉંમરની સરેરાશ 25 વર્ષ થાય તો Cની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે ?

6. દસ અવલોકનોની સરેરાશ 25 છે. તપાસ કરતા માલુમ પડ્યું કે તેમાં ભૂલથી એક અવલોકન 36ની બદલે 56 લેવાયું છે તો નવી સરેરાશ શોધો.

7. 100 અવલોકનોની સરેરાશ 30 છે. તપાસ કરતા માલુમ પડ્યું કે તેમાંના બે અવલોકનો 33 અને 11 ને બદલે 32 અને 12 લેવાયા છે તો નવી સરેરાશ શોધો.

8. 23 વિદ્યાર્થીઓ અને 1 શિક્ષકની સરેરાશ ઉંમર 15 વર્ષ છે. જો શિક્ષકની ઉંમર રદ કરવામાં આવે તો સરેરાશ ઉંમરમાં 1 વર્ષનો ઘટાડો થાય છે તો શિક્ષકની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે ?

9. બે સંખ્યાની સરાસરી ab છે. જો તેમાંની એક સંખ્યા a હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.

10. બે સંખ્યાઓની સરેરાશ 6.5 છે. જો તેમના ગુણાકારોનું વર્ગમૂળ 6 હોય તો બન્ને સંખ્યાઓ શોધો.

11. એક ક્રીકેટરે તેની 19મી ઈનિંગ્ઝમાં 98 રન કરવાથી તેમના સરેરાશ રનમાં 4નો વધારો થાય તો તેના 19 ઈનિંગ્ઝનાં સરાસરી રન શોધો ?

12. ચાર અવલોકનોમાંથી પ્રથમ ત્રણ અવલોકનોની સરેરાશ 15 છે. જ્યારે છેલ્લા ત્રણ અવલોકનોની સરેરાશ 16 છે. જો છેલ્લુ અવલોકન 19 હોય તો પ્રથમ અવલોકન શોધો.

જવાબો

1. પાંચ સંખ્યાની સરેરાશ = 30
પાંચ સંખ્યાનો કુલ સરવાળો = 30 x 5 = 150
એક રદ કરવાથી ચાર સંખ્યાની સરેરાશ = 25
ચાર સંખ્યાનો કુલ સરવાળો = 25 x 4 = 100
રદ કરેલી સંખ્યા = 150 - 100 = 50

2. શિક્ષકની ઉંમર = નવી સરેરાશ + જુની સંખ્યા x સરેરાશમાં થયેલો વધારો
= 11 + 25 (11-10)
= 11 + 25 = 36

3. નવી વ્યક્તિનું વજન = જુની વ્યક્તિનું વજન + (સંખ્યા x સરેરાશમાં તફાવત)
= 65 + (8 x 1.5)
= 65 + 12
= 77

4. સરેરાશ ઝડપ $= \frac{2xy}{x+y}$

$= \frac{2(6)(3)}{6+3}$

$= \frac{36}{9}$

$= 4$

5. A અને Bની ત્રણ વર્ષ પહેલાની સરેરાશ ઉંમર = 20 વર્ષ

A અને Bની હાલની સરેરાશ ઉંમર = 23 વર્ષ

A અને Bની કુલ ઉંમર = 23 x 2 = 46 વર્ષ

C જોડાતા A અને Bની સરેરાશ ઉંમર = 25 વર્ષ

A, B અને Cની કુલ ઉંમર = 25 x 3 = 75 વર્ષ

∴ Cની હાલની ઉંમર = 75 - 46

= 29 વર્ષ

6. નવી સરેરાશ $= \frac{10 \times 25 - 56 + 36}{10}$

$= \frac{230}{10}$

$= 23$

7. નવી સરેરાશ $= \frac{100 \times 30 - 32 - 12 + 33 + 11}{100}$

$= \frac{3000 - 44 + 44}{100}$

$= 30$

8. 23 વિદ્યાર્થી અને 1 શિક્ષકની સરેરાશ ઉંમર = 15 વર્ષ

∴ 23 વિદ્યાર્થીઓ અને 1 શિક્ષકની કુલ ઉંમર = 15 x 24

= 360 વર્ષ

શિક્ષકની ઉંમર રદ થતા નવી સરેરાશ = 14 વર્ષ

∴ 23 વિદ્યાર્થીની કુલ ઉંમર = 23 x 14

= 322 વર્ષ

∴ શિક્ષકની ઉંમર = 360 - 322

= 38 વર્ષ

9. ધારો કે બીજી સંખ્યા = x

$$\therefore ab = \frac{a+x}{2}$$

$$\therefore 2ab = a+x$$

$$\therefore x = 2ab - a$$

10. ધારોકે એક સંખ્યા $=x$, બીજી સંખ્યા $=y$

$$\frac{x+y}{2} = 6.5$$

$$\therefore x+y = 13$$

$$\sqrt{xy} = 6$$

$$\therefore xy = 36$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$$

$$= (13)^2 - 4(36)$$

$$= 169 - 144$$

$$= 25$$

$$\therefore x-y = 5 \quad ......(1)$$

$$x+y = 13 \quad ......(2)$$

સમીકરણ 1 અને 2 પરથી $x = 9$ અને $y = 4$

11. 18 ઈનિંગની સરેરાશ = x

18 ઈનિંગના કુલ રન = $18x$

19 ઈનિંગમાં 98 રન કરવાથી સરેરાશ 4 રન વધે છે.

19 ઈનિંગનાં કુલ રન = $19(x+4)$

$$19(x+4) = 18x+98$$

$$19x+76 = 18x+98$$

$$x = 22$$

18 ઈનિંગની સરેરાશ = 22

19 ઈનિંગની સરેરાશ = $22+4=26$

12. પ્રથમ ત્રણ અવલોકનનો સરવાળો = $15 \times 3 = 45$

છેલ્લા ત્રણ અવલોકનનો સરવાળો = $16 \times 3 = 48$

છેલ્લુ અવલોકન 19 હોવાથી

બીજા અને ત્રીજા અવલોકનનો સરવાળો = $48 - 19 = 29$

$\therefore$ પ્રથમ અવલોકન = $45 - 29$

$\therefore$ પ્રથમ અવલોકન = 16

ટકાવારી

- ટકાને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવવા માટે 100 વડે ભાગાકાર કરવો જોઈએ.

ઉદાહરણ $125\% = \frac{125}{100} = 1.25$

$6\% = \frac{6}{100} = 0.06$

- અપૂર્ણાંકને ટકામાં ફેરવવા માટે 100 વડે ગુણાકાર કરવો જોઈએ.

ઉદાહરણ $0.145 = 0.145 \times 100 = 14.5\%$

$0.54 = 0.54 \times 100 = 54\%$

ઉદાહરણો

1. 20% ને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો.

$20\% = \frac{20}{100} = 0.2$

2. 0.03 ને ટકામાં ફેરવો

$0.03 = (0.03 \times 100)\% = 3\%$

3. 57 તે 76 ના કેટલા ટકા કહેવાય?

જો y ના $x\% = z$ હોય તો $x = \frac{z}{y} \times 100$

$= \frac{57}{76} \times 100 = 75\%$

4. એક વ્યક્તિ તેની આવકના 12% બચાવે છે. જો તેની વાર્ષિક આવક રૂ.80,000 હોય તો તેની વાર્ષિક બચત શોધો.

100 રૂ. વાર્ષિક આવક હોય તો બચત = 12 રૂ.

∴ 80,000 રૂ. વાર્ષિક આવક હોય તો બચત = ?

$\frac{12 \times 80,000}{100} = 9600$ રૂ.

5. રમેશની માસિક આવક 9000 રૂ. છે. જો તે 20% શિક્ષણખર્ચ માટે, 25% મકાન ભાડામાં, 5% ટીકીટભાડામાં, 30% ઘરવખરીમાં અને 8% વધારાના ખર્ચમાં વાપરે છે અને બાકીનો ભાગ બચત કરે છે તો તેની બચત કેટલા રૂપીયા હશે?

તેનો કુલ ખર્ચ $= 20\% + 25\% + 5\% + 30\% + 8\%$

$= 88\%$

બચત $= (100 - 88)\% = 12\%$

100 રૂ. માસિક આવક હોય તો બચત = 12 રૂ.

∴ 9000 રૂ. માસિક આવક હોય તો બચત = ?

$$\frac{12 \times 9000}{100} = 1080 \text{ રૂ.}$$

6. એક વસ્તુની કિંમત રૂ.20 થી ઘટીને રૂ.16 થાય તો તેમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થયો હશે?

રૂ.20ની મૂળકિંમતે થતો ઘટાડો = 4 રૂ.

∴ 100ની મૂળકિંમતે થતો ઘટાડો = ?

$$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$$

7. એક દુકાનદાર એક વસ્તુની મૂળકિંમત પર 20% વધારો કરીને પછી 20 % વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે નુકસાન થાય?

ધારો કે વસ્તુની મૂ.કિ. = 100 રૂ.

તેના પર 20% વધારો = 100 + 20 = 120 રૂ.

120 રૂ. પર 20% વળતર આપે છે. તેથી 120ના 20% 24 થાય તેથી વસ્તુની કિંમત 120 - 24 = 96 થાય. આમ 100 રૂ ની કિંમતની વસ્તુ 96 રૂ. માં વહેચાતી હોવાથી 4 રૂ. ખોટ જાય તેથી 4 % ખોટ જાય.

Short cut જ્યારે બન્નેની ટકાવારી સરખી હોય ત્યારે ખોટ જાય

$$\text{ખોટ } (\%) = \frac{x^2}{100}$$

$$= \frac{(20)^2}{100}$$

$$= \frac{400}{100}$$

$$= 4\%$$

8. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમતમાં 30% વધારો કરે છે. માંગ વધવાથી ફરી કિંમતમાં 10% વધારો કરે છે તો તેણે એકંદરે કેટલા ટકા વધારો કર્યો હશે?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિ. = 100 રૂ.

30 % વધવાથી થતી કિંમત = 100 + 30 = 130 રૂ.

ફરી 130 પર 10% વધારો થાય છે.

તેથી નવો ભાવ = 130 + (130 ના 10 %)

= 130 + 13 = 143 રૂ.

∴ 100 રૂ.ની મૂળકિંમતની વસ્તુની કિંમત 143 રૂ. થાય છે. તેથી 100 રૂ.ની કિંમત પર 43 રૂ. વધારો હોવાથી 43 % ભાવ વધારો કહેવાય.

Short cut

$$\% \text{માં ફેરફાર} = \left[x + y + \frac{xy}{100}\right]\%$$

$$= \left[30 + 10 + \frac{(30)(10)}{100}\right]\%$$

$$= (40 + 3)\%$$

$$= 43\%$$

9. એક લેપટોપની કિંમતમાં અનુક્રમે 30% અને 10% ઘટાડો કરતા એકંદરે તેની કિંમતમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

ધારોકે લેપટોપની કિંમત = 100 રૂ.

30% ઘટાડો થતા કિંમત = 100 - 30 = 70 રૂ.

70 રૂ. માં 10% ઘટાડો કરતા = 70 - (70ના 10 %)

= 70 - 7

= 63 રૂ.

100 રૂ. ની કિંમત પર 63 રૂ. થતા 37 રૂ.નો ઘટાડો થાય છે. તેથી 37 % ઘટાડો કહેવાય.

Short cut

$$\% \text{માં ફેરફાર} = \left[x + y + \frac{xy}{100}\right]\%$$

$$= \left[-30 - 10 + \frac{(-30)(-10)}{100}\right]\%$$

$$= (-40 + 3)\%$$

$$= -37\%$$

∴ 37% ઘટાડો થાય

10. એક મોબાઈલની કિંમતમાં 10% વધારો થયા પછી 20% ઘટાડો થાય છે તો કેટલા ટકા ફેરફાર થયો હશે?

$$\% \text{માં ફેરફાર} = \left[x + y + \frac{xy}{100}\right]\%$$

$$= \left[10 - 20 + \frac{(10)(-20)}{100}\right]\%$$

$$= (-10 - 2)\%$$

$$= -12\%$$

∴ ભાવમાં 12 % નો ઘટાડો થયો હશે.

11. A નો પગાર B કરતા 25% વધારે છે તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા ઓછો હશે?

ધારો કે B નો પગાર = 100 રૂ.

$\therefore$ A નો પગાર = 100 + (100 ના 25%)

= 125 રૂ.

125 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = 100 રૂ.

100 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = ?

$$\frac{100 \times 100}{125} = 80 \text{ રૂ.}$$

$\therefore$ જો A નો પગાર 100 રૂ. હોય તો B નો પગાર 80 રૂ. થાય. તેથી 20 રૂ. ઓછો એટલે 20 % ઓછો થાય.

Short cut

% ઓછો પગાર = $\left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{100+25} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{125} \times 100\right)\%$

$= 20\%$

12. જો A નો પગાર B કરતા 20% ઓછો હોય તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા વધારે હશે?

ધારો કે B નો પગાર = 100 રૂ.

$\therefore$ A નો પગાર = 100 - (100 ના 20%)

= 100 - 20

= 80 રૂ.

80 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = 100 રૂ.

100 રૂ. A નો પગાર હોય તો B નો પગાર = ?

$$\frac{100 \times 100}{80} = 125$$

તેથી જો A નો પગાર 100 રૂ. હોય તો B નો પગાર 125 રૂ. એટલે કે 25 રૂ. વધારે હોવાથી 25% વધારે છે.

Short cut

$$\% \text{ વધારે} = \left(\frac{r}{100-r} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{20}{100-20} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{20}{80} \times 100\right)\%$$

$$= 25\%$$

13. જો પેટ્રોલના ભાવમાં 5% વધારો કરવામાં આવે અને ખર્ચમાં ફેરફાર ન કરવામાં આવે તો તેના વપરાશમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવો પડે ?

Short cut

$$\text{ઘટાડો} (\%) = \left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{5}{105} \times 100\right)$$

$$= 4.76\%$$

14. ખાંડની કિંમતમાં કીલોદીઠ 5 % ઘટાડો કરવામાં આવે છે. જો ખર્ચમાં ફેરફાર ન કરવામાં આવે તો તેના વપરાશમાં કેટલા ટકા વધારો કરવો પડે?

Short cut

$$\text{વધારો} (\%) = \left(\frac{r}{100-r} \times 100\right)\%$$

$$= \left(\frac{5}{95} \times 100\right)\%$$

$$= 5.26\%$$

15. રમેશ એક પરીક્ષામાં 30% માર્ક્સ મેળવીને 25 માર્ક્સથી નાપાસ થાય છે. જ્યારે તેજ પરીક્ષામાં મહેશ 44% માર્ક્સ મેળવીને પાસીંગ માર્ક્સ કરતા 10 માર્ક્સ વધારે મેળવે છે તો પરીક્ષા કુલ કેટલા માર્ક્સની હશે ?

જ્યારે એક વિદ્યાર્થી $x\%$ મેળવી y માર્ક્સથી નાપાસ થાય ત્યારે બીજો વિદ્યાર્થી z% મેળવી પાસીંગ માર્ક્સ કરતા w માર્ક્સ વધારે મેળવે તો

$$\text{કુલ માર્ક્સ } M = \frac{w+y}{z-x} \times 100$$

$$= \frac{10+25}{44-30} \times 100$$

$$= \frac{35}{14} \times 100$$

$$= 250$$

16. એક વિદ્યાર્થી 28 % ગુણ મેળવી 36 ગુણથી નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ ગુણ 40% હોય તો પરીક્ષાના કુલ ગુણ શોધો.

Short cut જો વિદ્યાર્થી x% મેળવી y ગુણથી નાપાસ થાય અને પાસીગ ગુણ P % હોય તો કુલ ગુણ

$$M = \frac{y}{P-x} \times 100$$

$$= \frac{36}{40-28} \times 100$$

$$= \frac{36}{12} \times 100$$

$= 300$ ગુણ

17. એક વિદ્યાર્થી એક પરીક્ષામાં 28 માર્ક્સ મેળવી 2 માર્ક્સે નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ માર્ક્સ 40% હોય તો પરીક્ષા કેટલા માર્ક્સની હશે ?

Short cut જો વિદ્યાર્થી z માર્ક્સ મેળવી y માર્ક્સે નાપાસ થાય છે. જો પાસીંગ માર્ક્સ P% હોય તો

$$M = \frac{100(z+y)}{P}$$

$$= 100\left(\frac{28+2}{40}\right)$$

$= 75$ માર્ક્સ

18. એક શહેરની વસ્તી 8000 છે. તે 10% ના દરે પ્રથમ વર્ષ અને 20 % ના દરે બીજા વર્ષે વધે તો બે વર્ષના અંતે કુલ કેટલી વસ્તી હશે ?

$$A = P\left(\frac{100+x}{100}\right)\left(\frac{100+y}{100}\right)$$

$$= 8000\left(\frac{100+10}{100}\right)\left(\frac{100+20}{100}\right)$$

$$= 8000\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{120}{100}\right)$$

$$= 10560$$

19. એક શહેરની વસ્તી 10,000 છે. તે પ્રથમ વર્ષે 10% વધે છે. બીજા વર્ષે 20% ઘટે છે અને ત્રીજા વર્ષે 30% વધે છે. તો ત્રણ વર્ષને અંતે કુલ કેટલી વસ્તી હશે ?

$$A = P\left(\frac{100+x}{100}\right)\left(\frac{100-y}{100}\right)\left(\frac{100+z}{100}\right)$$

$$= 10{,}000\left(\frac{100+10}{100}\right)\left(\frac{100-20}{100}\right)\left(\frac{100+30}{100}\right)$$

$$= 10000\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{80}{100}\right)\left(\frac{130}{100}\right)$$

$$= 11440$$

20. એક શહેરની વસ્તી પ્રથમ વર્ષે 10% વધે છે. બીજા વર્ષે 10% ઘટે છે. જો બીજા વર્ષના અંતે વસ્તી 29700 હોય તો બે વર્ષ પહેલાની વસ્તી કેટલી હશે ?

$$P = A\left(\frac{100}{100+x}\right)\left(\frac{100}{100-y}\right)$$

$$= 29700\left(\frac{100}{110}\right)\left(\frac{100}{90}\right)$$

$$= 30000$$

21. એક ઉમેદવારને એક ચૂંટણીમાં 46% મત પ્રાપ્ત થયા અને તે 6000 મતેથી હારી ગયો તો ચૂંટણીમાં કુલ કેટલા મતદારો હશે ?

ધારોકે મતદારોની સંખ્યા = 100

ઉમેદવારના પ્રાપ્ત થતા મતની સંખ્યા = 46

જીતેલા ઉમેદવારને પ્રાપ્ત થતા મતો = 100 - 46 = 54

∴ 54 - 46 = 8 ∴ પહેલો ઉમેદવાર 8 મતે હારેલો હશે.

∴ 8 મતેથી હારે તો કુલ મતદારો = 100

∴ 6000 મતેથી હારે તો કુલ મતદારો = ?

$$\frac{100 \times 6000}{8} = 75000$$

Short cut ધારો કે કોઈ ઉમેદવારને x % મત મળ્યા હોય અને તે M મતોથી હારેલ હોય તો કુલ મતદારો $\frac{50 \times M}{50 - x}$ થાય.

$$\therefore \text{કુલ મતદારો} = \frac{50 \times 6000}{50 - 46}$$

$$= \frac{300000}{4} = 75000$$

22. એક પરીક્ષામાં 52% વિદ્યાર્થી ગણિતમાં અને 42% વિદ્યાર્થી વિજ્ઞાનમાં નાપાસ થયા. જ્યારે 17% વિદ્યાર્થીઓ બન્ને વિષયમાં નાપાસ થયા. જો 69 વિદ્યાર્થીઓ બંને વિષયમાં પાસ થયા હોય તો કેટલા વિદ્યાર્થીઓએ પરીક્ષા આપી હશે?

ધારો કે કુલ પરીક્ષા આપનાર વિદ્યાર્થી = 100

ગણિતમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી = 52

વિજ્ઞાનમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી = 42

બન્ને વિષયમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થી = 17

ફક્ત ગણિત, વિજ્ઞાન તથા બંને વિષયમાં નાપાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા

$= (52-17)+(42-17)+17$

$= 77$

$\therefore$ બન્ને વિષયમાં પાસ થનાર વિદ્યાર્થીની સંખ્યા $= 100-77$

$= 23$

23 વિદ્યાર્થી પાસ થયા હોય તો કુલ વિદ્યાર્થી = 100

$\therefore$ 69 વિદ્યાર્થી પાસ થયા હોય તો કુલ વિદ્યાર્થી = ?

$$\frac{100 \times 69}{23} = 300$$

$\therefore$ કુલ 300 વિદ્યાર્થીઓએ પરીક્ષા આપી હશે.

Short cut

જો x% ગણિતમાં, y% વિજ્ઞાનમાં અને z% બન્ને વિષયમાં નાપાસ થયા હોય તો

બન્ને વિષયમાં પાસ થયેલાની ટકાવારી $= 100 - (x + y - z)$

$= 100 - (52 + 42 - 17)$

$= 23$

$\therefore$ કુલ વિદ્યાર્થીઓ $= \frac{100 \times 69}{23} = 300$

23. એક વસ્તુની કિમતમાં 20% ઘટાડવાથી તેના વેચાણમાં 40% વૃદ્ધિ થાય તો વેપારમાં કેટલા ટકા ફેરફાર થયો હશે?

ધારો કે એક વસ્તુની કિંમત = x રૂ.

વેચાતી વસ્તુ = y

$\therefore$ પ્રાપ્ત થતો વેપાર = xy રૂ.

વસ્તુની કિંમતમાં 20% ઘટાડો કરવાથી વસ્તુની કિંમત = $\frac{80x}{100}$ રૂ.

40% વસ્તુના વેચાણમાં વધારો થવાથી વેચાતી વસ્તુ = $\frac{140y}{100}$

પ્રાપ્ત થતો વેપાર = $\frac{80x}{100} \times \frac{140y}{100}$ રૂ.

= $1.12xy$ રૂ.

∴ વેપારમાં થતી વૃદ્ધિ. = $(1.12xy - xy)$ રૂ.

= $0.12xy$ રૂ.

∴ વેપારમાં થતી વૃદ્ધિ (%) = $\frac{0.12xy}{xy} \times 100$

= 12%

Short cut

વેપારમાં થતી વદ્ધિ = ટકાવધારો - ટકાઘટાડો - $\frac{\text{વધારો} \times \text{ઘટાડો}}{100}$

$= 40 - 20 - \frac{40 \times 20}{100}$

$= 40 - 20 - 8$

$= 12\%$

(જો ઋણ જવાબ આવે તો વેપારમાં ઘટાડો થાય)

24. એક વ્યક્તિના પગારમાં એક મહીના માટે 25% વધારો કરવામાં આવે છે ત્યાર બાદ બીજે મહીને મૂળ પગાર આપવા માટે કેટલા ટકા ઘટાડો કરવો પડે?

ઘટાડો (%) = $\left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{100+25} \times 100\right)\%$

$= \frac{2500}{125}\%$

$= 20\%$

∴ બીજે મહીને મૂળ પગાર આપવા માટે 20% ઘટાડો કરવો પડે.

25. એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં ચાર ગણો વધારો કરવાથી તેમના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકાનો વધારો થશે ?

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ = πr^2

ત્રિજ્યામાં ચારગણો વધારો થવાથી ક્ષેત્રફળ = $\pi(4r)^2 = 16\pi r^2$

∴ મૂળ ક્ષેત્રફળનું 16 ગણુ ક્ષેત્રફળ થાય.

∴ જરૂરી ટકામાં વધારો = $\left(\frac{(16-1)}{1} \times 100\right)\%$

= 1500%

∴ ક્ષેત્રફળમાં 1500% નો વધારો થાય.

પ્રેક્ટિસ

1. 35 %ને અપૂર્ણાંકમાં ફેરવો.
2. $^2/_5$ ને ટકામાં ફેરવો.
3. 1300ના 20% કેટલા થાય ?
4. 25 સેમી તે 1 મીટરના કેટલા ટકા થાય ?
5. એક વિદ્યાર્થી એક પરીક્ષામાં 50 ગુણમાંથી 36 ગુણ મેળવે તો તેને કેટલા ટકા ગુણ મેળવ્યા હશે ?
6. એક વ્યક્તિ તેની આવકના 85% ખર્ચ કરે છે. જો તે 3600 રૂ. માસિક બચાવે તો તેની માસિક આવક શોધો.
7. જો ઘઉંના ભાવ 25 % વધી જાય અને ખર્ચમાં ફેરફાર કરવામાં ન આવે તો વપરાશ કેટલા ટકા ઘટાડવો જોઈએ ?
8. A નો પગાર B કરતા 150 % વધારે હોય તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા ઓછો હશે ?
9. એક વેપારી એક વસ્તુની નક્કી કરેલ કિંમત પર 35 % નફો ઉમેરીને 35 % વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે નુકસાન થાય ?
10. એક દુકાનદાર એક વસ્તુની કિંમત 25% વધારીને ફરી 20 % વધારે તો તેણે એકંદરે કેટલા ટકા વધાર્યા હશે ?
11. A ની આવક B કરતા 25 % ઓછી છે. B ની આવક C કરતા 10 % ઓછી છે. જો C ની આવક 720 રૂ. હોય તો A ની આવક શોધો.
12. એક વસ્તુની મૂળકિંમતમાં 25% ઘટાડો કરવામાં આવે છે તો ફરી તે મૂળકિંમત પ્રાપ્ત કરવા માટે ભાવમાં કેટલા ટકા વધારો કરવો પડશે ?
13. એક પરીક્ષામાં 60 % વિદ્યાર્થીઓ અંગ્રેજીમાં, 70 % વિદ્યાર્થીઓ હિન્દીમાં અને 40 % વિદ્યાર્થીઓ બંનેમાં પાસ થાય છે તો બન્ને વિષયમાં નાપાસ થયેલા વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી શોધો.
14. બે સંખ્યાનો તફાવત તે મોટી સંખ્યાના 20% જેટલો છે. જો નાની સંખ્યા 20 હોય તો મોટી સંખ્યા શોધો.
15. મહેશ તેની આવકના 20 % બચાવે છે. મોંઘવારીને કારણે તેના ખર્ચમાં 20% નો વધારો થાય છે. જો તેની બચત 200 રૂ. હોય તો તેનો પગાર શોધો.

1. $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

2. $\frac{2}{5} = \left(\frac{2}{5} \times 100\right)\% = 40\%$

3. 1300 ના 20% $= \frac{1300 \times 20}{100} = 260$

4. $\frac{25 \text{ સેમી}}{1 \text{ મીટર}} \times 100 = \left(\frac{25 \text{ સેમી}}{100 \text{ સેમી}} \times 100\right)\%$

$= 25\%$

5. $\frac{36}{50} \times 100 = 72\%$

6. ખર્ચ = 85%

બચત = 100 - 85 = 15%

15 રૂ. બચત કરે તો આવક = 100 રૂ.

∴ 3600 રૂ. બચત કરે તો આવક = ?

$\frac{100 \times 3600}{15} = 24000$ રૂ.

7. **Short cut**

ઘટાડો (%) $= \left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{100+25} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25 \times 100}{125}\right)\%$

$= \frac{2500}{125}$

$= 20\%$

8. પગાર ઓછો (%) $= \left(\frac{r}{100+r} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{150 \times 100}{100+150}\right)\%$

$= 60\%$ ∴ B નો પગાર A કરતા 60% ઓછો હશે.

9. ખોટ $= \frac{x^2}{100}$ %

$= \frac{(35)^2}{100}$ %

$= 12.25\%$

$\therefore$ 12.25% ખોટ જાય.

10. વધારો (%) $= \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$

$= \left(25 + 20 + \frac{(25)(20)}{100}\right)\%$

$= (45 + 5)\%$

$= 50\%$

11. Bની આવક = 720 - 720 ના 10%

= 720 - 72 = 648

A ની આવક = 648 - 648 ના 25%

= 648 - 162

= 486

$\therefore$ A ની આવક 486 રૂ. હશે.

12. વધારો (%) $= \left(\frac{r}{100 - r} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{100 - 25} \times 100\right)\%$

$= \left(\frac{25}{75} \times 100\right)\%$

$= \frac{100}{3}\%$

$= 33\frac{1}{3}\%$

13. બન્ને વિષયમાં નાપાસ થયેલ વિદ્યાર્થીની ટકાવારી $= 100 - (x + y - z)$

$= 100 - (60 + 70 - 40)$

$= 10\%$

14. ધારો કે મોટી સંખ્યા $= x$

$\therefore x - 20 = x$ ના 20%

$x - 20 = \frac{x}{5}$

$5x - 100 = x$

$4x = 100$

$x = 25$

$\therefore$ મોટી સંખ્યા $= 25$

15. ધારોકે મહેશનો પગાર $= x$ રૂ.

શરૂઆતની બચત $= 0.20x$

શરૂઆતનો ખર્ચ $= x - 0.20x = 0.80x$

ખર્ચમાં થતો 20% વધારો $= 0.20 \times 0.80x$

$= 0.16x$

નવો ખર્ચ $= 0.80x + 0.16x$

$= 0.96x$

બચત $= x - 0.96x$

$= 0.04x$

$0.04x$ બચત હોય તો પગાર $= x$ રૂ.

$\therefore$ 200 રૂ. બચત હોય તો પગાર = ?

$\frac{x \times 200}{0.04x} = 5000$ રૂ.

$\therefore$ મહેશનો પગાર 5000 રૂ. હશે.

લ.સા.અ. અને ગુ.સા.અ.

1. 15 અને 10 નો લ.સા.અ. શોધો.

2	15 - 10
3	15 - 5
5	5 - 5
	1 - 1

લ.સા.અ. = 2 x 3 x 5

= 30

2. 35 અને 45 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

35 = 7 x 5

45 = 3 x 3 x 5

બન્નેમાં 5 સામાન્ય હોવાથી ગુ.સા.અ. = 5

3. $3^2, 3^5, 3^7$ નો ગુ.સા.અ. શોધો.

ગુ.સા.અ. = 3^2

જ્યારે આધાર સરખા હોય અને ઘાત જુદી હોય ત્યારે ઓછી ઘાતવાળુ પદ ગુ.સા.અ. અને વધારે ઘાતવાળુ પદ લ.સા.અ. થાય.

4. $5^3, 5^4, 5^2$ નો લ.સા.અ. શોધો

લ.સા.અ. = 5^4

5. 16, 24, 36, 48 અને 56 નો લ.સા.અ. શોધો.

2	16 - 24 - 36 - 48 - 56
2	8 - 12 - 18 - 24 - 28
2	4 - 6 - 9 - 12 - 14
2	2 - 3 - 9 - 6 - 7
3	1 - 3 - 9 - 3 - 7
3	1 - 1 - 3 - 1 - 7
7	1 - 1 - 1 - 1 - 7
	1 - 1 - 1 - 1 - 1

∴ લ.સા.અ. = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 7

= 1008

6. $\frac{2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{81}$ નો લ.સા.અ. શોધો.

$$\text{લ.સા.અ.} = \frac{2,\ 8,\ 16 \text{ નો લ.સા.અ.}}{3,\ 9,\ 81 \text{ નો ગુ.સા.અ.}} = \frac{16}{3}$$

7. $\frac{5}{3}, \frac{7}{2}, \frac{2}{3}, \frac{11}{5}$ નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$\text{ગુ.સા.અ.} = \frac{5, 7, 2, 11 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{3, 2, 3, 5 \text{ નો લ.સા.અ.}} = \frac{1}{30}$$

8. બે સંખ્યાનો ગુ.સા.અ. અને લ.સા.અ. અનુક્રમે 5 અને 60 છે. જો તેમાની એક સંખ્યા 15 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.

પહેલી સંખ્યા x બીજી સંખ્યા = લ.સા.અ. x ગુ.સા.અ.

$$\text{બીજી સંખ્યા} = \frac{60 \times 5}{15}$$

$$= 20$$

9. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 7:5 છે. જો તેમનો ગુ.સા.અ. 11 હોય તો બન્ને સંખ્યાઓ શોધો.

બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 7:5 છે.

ધારોકે પહેલી સંખ્યા $= 7x$

બીજી સંખ્યા $= 5x$

તેનો ગુ.સા.અ. $= x$ થાય

$\therefore x = 11$

$\therefore$ પહેલી સંખ્યા $= 7x = 7 \times 11 = 77$

બીજી સંખ્યા $= 5x = 5 \times 11 = 55$

10. 1.08, 0.36 અને 0.9નો ગુ.સા.અ. શોધો.

$$1.08 = \frac{108}{100} = \frac{27}{25}, \quad 0.36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}, \quad 0.9 = \frac{9}{10}$$

$$\text{ગુ.સા.અ.} = \frac{\text{અંશનો ગુ.સા.અ.}}{\text{છેદનો લ.સા.અ.}}$$

$$= \frac{27, 9 \text{ અને } 9 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{25, 25, \text{ અને } 10 \text{ નો લ.સા.અ.}}$$

$$= \frac{9}{50}$$

$$= 0.18$$

11. 3, 2.7 અને 0.9 નો લ.સા.અ. શોધો.

$$3 = \frac{3}{1}, \quad 2.7 = \frac{27}{10}, \quad 0.9 = \frac{9}{10}$$

લ.સા.અ. = $\dfrac{\text{અંશનો લ.સા.અ.}}{\text{છેદનો ગુ.સા.અ.}}$

= $\dfrac{\text{3, 27 અને 9 નો. લ.સા.અ.}}{\text{1, 10 અને 10 નો ગુ.સા.અ.}}$

= $\dfrac{27}{1}$

= 27

12. 12, 15, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

2	12 - 15 - 20 - 25
2	6 - 15 - 10 - 25
3	3 - 15 - 5 - 25
5	1 - 5 - 5 - 25
5	1 - 1 - 1 - 5
	1 - 1 - 1 - 1

લ.સા.અ. = 300

300ને 12, 15, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

13. 12, 20 અને 25 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી ત્રણ આંકડાની મોટામાં મોટી સંખ્યા શોધો.

2	12 - 20 - 25
2	6 - 10 - 25
3	3 - 5 - 25
5	1 - 5 - 25
5	1 - 1 - 5
	1 - 1 - 1

∴ લ.સા.અ. = 2 x 2 x 3 x 5 x 5

= 300

ત્રણ આંકડાની મોટામાં મોટી સંખ્યા 999 છે. જેને 300 વડે ભાગતા શેષ 99 વધે.

∴ મોટામાં મોટી સંખ્યા = 999 - 99 = 900

14. 8, 9 અને 12 વડે ભાગતા 3 શેષ વધે તેવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

2	8 - 9 - 12
2	4 - 9 - 6
2	2 - 9 - 3
3	1 - 9 - 3
3	1 - 3 - 1
	1 - 1 - 1

લ.સા.અ. = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

= 72

∴ સંખ્યા = લ.સા.અ. + શેષ

= 72 + 3

= 75

15. 210, 350 અને 490ને ભાગતા અનુક્રમે 3, 5 અને 7 શેષ વધે તેવી મોટામાં મોટી સંખ્યા શોધો.

સંખ્યા = (210-3), (350 - 5) (490 - 7) નો ગુ.સા.અ.

= 207, 345 અને 483 નો ગુ.સા.અ.

= 69

∴ 210, 350 અને 490 ને 69 વડે ભાગતા અનુક્રમે શેષ 3, 5 અને 7 વધે.

16. $4^{-7}, 4^{-8}, 4^{-15}, 4^{-13}$ નો. ગુ.સા.અ. શોધો.

$-7 > -8 > -13 > -15$ હોવાથી સૌથી નાની ઘાત -15 છે.

∴ ગુ.સા.અ. = 4^{-15}

17. 270, 900 અને 180 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પહેલા 270 અને 180 નો ગુ.સા.અ.

```
180 ) 270 (1
      180
       90) 180 (2
           180
           000
```

∴ 270 અને 180 નો ગુ.સા.અ. 90 છે.

હવે 90 અને 900 નો ગુ.સા.અ.

```
90 ) 900 (10
     900
     000
```

∴ ગુ.સા.અ. = 90

18. 72 અને 132 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

72) 132 (1
    72
    60) 72 (1
         60
         12) 60 (5
              60
              00

∴ ગુ.સા.અ. = 12

19. 1365, 1560 અને 1755 નો ગુ.સા.અ. શોધો.

પ્રથમ 1365 અને 1560 નો ગુ.સા.અ.

1365) 1560 (1
      1365
       195) 1365 (7
            1365
            0000

હવે 195 અને 1755 નો ગુ.સા.અ.

195) 1755 (9
     1755
     0000

∴ ગુ.સા.અ.= 195

20. $\frac{54}{9}$, $3\frac{9}{17}$ અને $\frac{36}{51}$ નો લ.સા.અ. શોધો.

$\frac{54}{9} = \frac{6}{1}$, $3\frac{9}{17} = \frac{60}{17}$, $\frac{36}{51} = \frac{12}{17}$

લ.સા.અ. = $\frac{\text{6, 60 અને 12નો લ.સા.અ.}}{\text{1, 17 અને 17 નો ગુ.સા.અ.}}$

$= \frac{60}{1}$

$= 60$

21. 4 , 5 અને 6 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી 200 થી 600 વચ્ચે કુલ કેટલી સંખ્યા હશે ?

4, 5 અને 6 નો લ.સા.અ. = 60

200 થી 600 વચ્ચે 60 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતી સંખ્યાઓ અનુક્રમે 240, 300, 360, 420, 480, 540 એમ કુલ 6 સંખ્યા છે.

પ્રેક્ટિસ

1. 16, 24, 36 અને 54નો લ.સા.અ. શોધો.
2. 15, 25 અને 35 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
3. 5^4, 5^3, 5^8, અને 5^2 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
4. 108, 288 અને 360 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
5. 2/3, 8/9, 16/81 અને 10/27નો ગુ.સા.અ. શોધો.
6. 0.6, 9.6 અને 0.36 નો લ.સા.અ.શોધો.
7. 0.63, 1.05 અને 2.1 નો ગુ.સા.અ. શોધો.
8. બે સંખ્યાનો ગુ.સા.અ. 11 અને લ.સા.અ. 693 છે તો તેમાંની એક સંખ્યા 33 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
9. એવી સંખ્યા શોધો કે જેને 6, 8, 9 અને 12 વડે ભાગતા શેષ 1 વધે.
10. ત્રણ સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:2:3 હોય અને તેમનો ગુ.સા.અ. 12 હોય તો તે ત્રણેય સંખ્યાઓ શોધો.
11. બે સંખ્યાનો ગુણોત્તર 3:4 છે. જો તેમનો ગુ.સા.અ. 5 હોય તો લ.સા.અ. શોધો.
12. એવી સંખ્યા શોધો કે જેના વડે 62, 132 અને 237ને ભાગતા સરખી શેષ વધે.
13. 16, 24, 36 અને 54 વડે ભાગી શકાય તેવી પાંચ આંકડાની નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો.

જવાબો

1.

2	16 - 24 - 36 - 54
2	8 - 12 - 18 - 27
2	4 - 6 - 9 - 27
2	2 - 3 - 9 - 27
3	1 - 3 - 9 - 27
3	1 - 1 - 3 - 9
3	1 - 1 - 1 - 3
	1 - 1 - 1 - 1

લ.સા.અ. = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$

2. $15 = 5 \times 3$, $25 = 5 \times 5$, $35 = 7 \times 5$

ગુ.સા.અ. = 5

3. ગુ.સા.અ. = 5^2

4. $108 = 2^2 \times 3^3$, $288 = 2^5 \times 3^2$, $360 = 2^3 \times 5 \times 3^2$

ગુ.સા.અ. = $2^2 \times 3^2 = 36$

5. ગુ.સા.અ. $= \dfrac{2, 8, 16, \text{ અને } 10 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{3, 9, 81 \text{ અને } 27 \text{ નો લ.સા.અ.}}$

$= \dfrac{2}{81}$

6. $\dfrac{6}{10}, \dfrac{96}{10}, \dfrac{36}{100}$

લ.સા.અ. $= \dfrac{6, 96 \text{ અને } 36 \text{ નો લ.સા.અ.}}{10, 10 \text{ અને } 100 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}$

$= \dfrac{288}{10}$

$= 28.8$

7. $\dfrac{63}{100}, \dfrac{105}{100}, \dfrac{21}{10}$ નો ગુ.સા.અ.

ગુ.સા.અ. $= \dfrac{63, 105 \text{ અને } 21 \text{ નો ગુ.સા.અ.}}{100, 100 \text{ અને } 10 \text{ નો લ.સા.અ.}}$

$= \dfrac{21}{100}$

$= 0.21$

8. બે સંખ્યાનો ગુણાકાર = લ.સા.અ. x ગુ.સા.અ.

$33 \times x = 693 \times 11$

$x = \dfrac{693}{33} \times 11$

$x = 231$

9. સંખ્યા = (6, 8, 9 અને 12 નો લ.સા.અ.) + 1

2	6 - 8 - 9 - 12
2	3 - 4 - 9 - 6
2	3 - 2 - 9 - 3
3	3 - 1 - 9 - 3
3	1 - 1 - 3 - 1
	1 - 1 - 1 - 1

લ.સા.અ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 72$

સંખ્યા $= 72 + 1 = 73$

10. ત્રણ સંખ્યાનો ગુણોત્તર = 1:2:3

ધારો કે પહેલી સંખ્યા = x

બીજી સંખ્યા = $2x$

ત્રીજી સંખ્યા = $3x$

$\therefore$ ગુ.સા.અ. = x

x = 12

$2x$ = 24

$3x$ = 36

સંખ્યાઓ 12, 24, અને 36 છે.

11. ધારો કે એક સંખ્યા = $3x$

બીજી સંખ્યા = $4x$

ગુ.સા.અ. = x

x = 5

એક સંખ્યા = 3 x 5 = 15

બીજી સંખ્યા = 4 x 5 = 20

$\therefore$ 15 અને 20નો લ.સા.અ. = 60

12. સંખ્યા = (132 - 62), (237 - 132) અને (237 - 62) નો ગુ.સા.અ.

= 70, 105 અને 175 નો ગુ.સા.અ.

= 35

13. 16, 24, 36 અને 54 નો લ.સા.અ = 432

10000 કે જે પાંચ આંકડાની નાનામાં નાની સંખ્યા છે કે જેને 432 વડે ભાગતા 64 શેષ વધે.

$\therefore$ 10000 + 432 - 64 = 10368

સાદુ વ્યાજ

આપણે બેન્ક (અથવા કોઈ પેઢી અથવા વ્યક્તિ)ને 100 રૂ.આપીએ અને એક વર્ષને અંતે તે આપણને આપણા 100 રૂ. અને ઉપરાંત જે રકમ આપે તે રકમને વ્યાજ કહે છે. 100રૂ.ને મુદ્દલ કહેવાય છે. સમયગાળો 1 વર્ષને મુદ્દત કહેવાય છે. અને 100 રૂ. ઉપર જેટલી રકમ આપે તેને ટકા કહેવાય.

સુત્ર : $I = \frac{PRN}{100}$ જ્યા I = વ્યાજ

P = મુદ્દલ

R = ટકા

N = વર્ષ

વ્યાજમુદ્દલ = મુદ્દલ + વ્યાજ એટલે કે $A = P + I$

1. રૂ.500નું 10% લેખે 3 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ શોધો.

$I = \frac{PRN}{100}$

$= \frac{500 \times 10 \times 3}{100}$

$= 150$ રૂ.

2. રૂ.6000નું 12% લેખે કેટલા વર્ષમાં સાદુ વ્યાજ રૂ.2880 થાય?

$I = \frac{PRN}{100}$

$2880 = \frac{6000 \times 12 \times N}{100}$

$N = \frac{2880 \times 100}{6000 \times 12}$

$\therefore N = 4$

3. રૂ.5200નું 2 વર્ષમાં કેટલા ટકા લેખે સાદુ વ્યાજ રૂ.624 થાય?

$I = \frac{PRN}{100}$

$624 = \frac{5200 \times R \times 2}{100}$

$R = \frac{624 \times 100}{5200 \times 2}$

$R = 6$

$\therefore$ વ્યાજનો દર = 6%

4. કઈ રકમનું 4% લેખે 3 વર્ષમાં સાદુ વ્યાજ રૂ.600 થાય?

$I = \frac{PRN}{100}$

$$600 = \frac{P \times 4 \times 3}{100}$$

$$P = \frac{600 \times 100}{4 \times 3}$$

$$P = 5000$$

∴ મુદ્દલ = 5000 રૂ.

5. એક રકમનું સાદા વ્યાજે 2 વર્ષમાં વ્યાજમુદ્દલ રૂ.525 થાય છે અને 5 વર્ષમાં વ્યાજમુદ્દલ રૂ.600 થાય છે તો 8 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય?

ધારો કે 2 વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ = 525 રૂ.

5 વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ = 600 રૂ.

∴ ત્રણ વર્ષને અંતે વ્યાજ = 75 રૂ.

∴ એક વર્ષનું વ્યાજ = $\frac{75}{3}$ = 25 રૂ.

∴ 8 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ = 25 x 8 = 200 રૂ.

6. A રૂ.600, 5% લેખે અને રૂ.800, 4% લેખે સાદા વ્યાજે બેન્કમાં મૂકે છે તો 5 વર્ષને અંતે મળતું સાદુ વ્યાજ શોધો.

600 રૂ.નું 5% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = $\frac{PRN}{100}$

$= \frac{600 \times 5 \times 5}{100}$

= 150 રૂ.

800 રૂ.નું 4% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = $\frac{PRN}{100}$

$= \frac{800 \times 4 \times 5}{100}$

= 160 રૂ.

∴ A ને 5 વર્ષને અંતે કુલ વ્યાજ 150 + 160 = 310 રૂ. મળે.

7. રૂ.500નું 4 વર્ષને અંતે વ્યાજમુદ્દલ રૂ. 660 થાય છે. જો 2% વધારે વ્યાજે મૂકવામાં આવે તો 5 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ શોધો.

રૂ.500નું 4 વર્ષને અંતે વ્યાજમુદ્દલ = 660

∴ 4 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ = 160

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$160 = \frac{500 \times R \times 4}{100}$$

$$R = \frac{160 \times 100}{4 \times 500}$$

$$R = 8\%$$

2% વધારે વ્યાજે મૂકવામાં આવે એટલે કે વ્યાજનો દર = 8 + 2 = 10% થાય તો

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{500 \times 10 \times 5}{100}$$

= 250 રૂ.

8. એક રકમ 5% ના દરે 4 વર્ષમાં રૂ.2040 થાય તો મુદ્દલ શોધો.

ધારોકે મુદ્દલ = 100 રૂ.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{100 \times 5 \times 4}{100}$$

$$I = 20$$

વ્યાજ મુદ્દલ = 100 + 20

= 120 રૂ.

120 રૂ. વ્યાજમુદ્દલ હોય તો મુદલ = 100 રૂ.

∴ 2040 રૂ. વ્યાજમુદ્દલ હોય તો મુદલ = ?

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100 \times 2040}{120}$$

= 1700

∴ મુદ્દલ 1700 રૂ. હશે.

Short cut

$$P = \frac{100 \times A}{100 + r \times t}$$

$$= \frac{100 \times 2040}{100 + 5 \times 4}$$

$$= \frac{100 \times 2040}{120}$$

= 1700 રૂ.

9. મહેશ એક રકમ 3% લેખે 2 વર્ષ માટે, ત્યારબાદ 6% લેખે 3 વર્ષ માટે અને પછીના વર્ષો 9% લેખે સાદા વ્યાજે મૂકે છે. જો 10 વર્ષના અંતે સાદુ વ્યાજ રૂ.3450 થાય તો મહેશે કેટલી રકમ મૂકી હશે?

ધારો કે મહેશે મૂકેલી રકમ = 100 રૂ.

100 રૂ.નું 2 વર્ષનું 3% લેખે સાદુ વ્યાજ = 6 રૂ.

ત્યારબાદ

100 રૂ. નું 3 વર્ષનું 6% લેખે સાદુ વ્યાજ = 18 રૂ.

100 રૂ. નું 5 વર્ષનું 9% લેખે સાદુ વ્યાજ = 45 રૂ.

કુલ 10 વર્ષનું વ્યાજ = 6 + 18 + 45 = 69 રૂ.

69 રૂ. વ્યાજ હોય તો મુદ્દલ = 100 રૂ.

∴ 3450 વ્યાજ હોય તો મુદ્દલ = ?

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100 \times 3450}{69}$$

= 5000 રૂ.

Short cut

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100 \times I}{t_1 r_1 + t_2 r_2 + t_3 r_3}$$

$$= \frac{100 \times 3450}{(2)(3) + (3)(6) + (5)(9)}$$

$$= \frac{100 \times 3450}{6 + 18 + 45}$$

= 5000 રૂ.

10. એક રકમ 10 વર્ષે સાદા વ્યાજે બમણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

ધારો કે રકમ = 100 રૂ.

10 વર્ષના અંતે બમણી એટલે કે રૂ.200 થાય અને વ્યાજ = 100 રૂ. થાય.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$100 = \frac{100 \times R \times 10}{100}$$

$$R = \frac{100 \times 100}{100 \times 10}$$

$$R = 10$$

∴ 10% ના દરે રકમ 10 વર્ષે બમણી થાય.

Short cut

$$R = \frac{100(x-1)}{N}$$ જ્યાં N = 10 વર્ષ, $x = 2$

$$= \frac{100(2-1)}{10}$$

$$R = 10\%$$

11. એક રકમ 10% લેખે કેટલા વર્ષમાં ચાર ગણી થાય?

ધારો કે રકમ = 100 રૂ.

ચારગણી એટલે કે રૂ.400 થાય.

∴ વ્યાજ = 400 - 100 = 300 રૂ.

$$\therefore I = \frac{PRN}{100}$$

$$300 = \frac{100 \times 10 \times N}{100}$$

$$N = 30$$

∴ એક રકમ 10% લેખે 30 વર્ષમાં ચાર ગણી થાય.

Shortcut

$$N = \frac{100(x-1)}{R}$$

$$= \frac{100(4-1)}{10}$$

$$N = 30$$

12. જો એક રકમ 7 વર્ષમાં બમણી થાય તો તે કેટલા વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય?

$$R = \frac{100(x-1)}{N}$$

$$= \frac{100 \times (2-1)}{7}$$

$$= \frac{100}{7}$$

હવે કેટલા વર્ષના અંતે રકમ ત્રણ ગણી થાય તે શોધવાનું છે.

$$N = \frac{100(x-1)}{R}$$

$$= \frac{100 \times (3-1)}{100/7}$$

$$= \frac{100\,(2)\,(7)}{100}$$

$$= 14$$

∴ 14 વર્ષના અંતે રકમ ત્રણ ગણી થાય.

Short cut

$$N = \frac{b-1}{a-1} \times T$$

જ્યાં $b = 3$, $a = 2$, $T = 7$

$$= \frac{3-1}{2-1} \times 7$$

$$= \frac{2 \times 7}{1}$$

= 14 વર્ષ

આ પ્રકારના દાખલા ગણતરી વગર પણ થઈ શકે

જેમ કે જો રકમ બમણી 7 વર્ષમાં થાય તો....

ત્રણ ગણી 14 વર્ષમાં થાય

ચાર ગણી 21 વર્ષમાં થાય

પાંચ ગણી 28 વર્ષમાં થાય.

13. એક રકમ 2 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે મૂકવામાં આવે છે. જો 3% વધારે વ્યાજે રકમ મૂકી હોત તો રૂ. 300 વધારે વ્યાજ મળે તો મૂકેલી રકમ શોધો.

ધારોકે મૂકેલી રકમ = P રૂ.

$$\therefore \text{ વ્યાજ } I_1 = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{P \times R \times 2}{100}$$

$$I_1 = \frac{2PR}{100}$$

જ્યાં 3% વધારે હોય તો વ્યાજનો દર (R + 3)% થાય તેથી મળતું વ્યાજ

$$I_2 = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{P \times (R+3) \times 2}{100}$$

$$= \frac{2P\,(R+3)}{100}$$

બન્ને વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત 300 રૂ. છે.

$$\therefore\ 300 = \frac{2P\,(R+3)}{100} - \frac{2PR}{100}$$

$$300 = \frac{2P(R+3) - 2PR}{100}$$

$$300 = \frac{2PR + 6P - 2PR}{100}$$
$$6P = 30000$$
$$P = \frac{30000}{6}$$
$$P = 5000$$
∴ મુદ્દલ = 5000 રૂ.

Short cut

$$P = \frac{\text{વ્યાજનો તફાવત} \times 100}{N \times \text{ટકાનો તફાવત}}$$
$$= \frac{300 \times 100}{2 \times 3}$$
$$= 5000$$

14. રમેશ એક રકમ 5% લેખે 4 વર્ષ માટે અને મહેશ 6 % લેખે 3 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે મૂકે છે. જો બન્ને વચ્ચેના સાદા વ્યાજનો તફાવત રૂ.400 હોય તો તે રકમ શોધો.

ધારો કે રમેશ અને મહેશે મુકેલી રકમ = 100 રૂ.

રમેશને મળતું વ્યાજ $= \frac{PRN}{100}$

$$= \frac{100 \times 5 \times 4}{100}$$

= 20 રૂ.

મહેશને મળતું વ્યાજ $= \frac{PRN}{100}$

$$= \frac{100 \times 6 \times 3}{100}$$

= 18 રૂ.

તફાવત = 20 - 18 = 2 રૂ.

2 રૂ. વ્યાજનો તફાવત હોય તો મુદ્દલ = 100

∴ 400 રૂ. વ્યાજનો તફાવત હોય તો મુદ્દલ = ?

$$\frac{100 \times 400}{2} = 20{,}000 \text{ રૂ.}$$

∴ વ્યાજે મુકેલી રકમ = 20,000 રૂ.

Short cut $P = \frac{100 \times I}{r_1 N_1 - r_2 N_2}$

$= \frac{100 \times 400}{(5 \times 4) - (6 \times 3)}$

$= 20,000$

15. A રૂ.6000 B ને 2 વર્ષ માટે અને રૂ.1500 C ને 4 વર્ષ માટે વ્યાજે આપે છે અને બન્ને પાસેથી કુલ રૂ.900 સાદુ વ્યાજ મળે તો વ્યાજનો દર શોધો.

રૂ.6000 2 વર્ષ માટે = રૂ.12000 1 વર્ષ માટે

રૂ.1500 4 વર્ષ માટે = રૂ.6000 1 વર્ષ માટે

વ્યાજ = 900 રૂ.

$I = \frac{PRN}{100}$

$900 = \frac{18000 \times R \times 1}{100}$

$R = 5\%$ ∴ વ્યાજનો દર 5% હશે.

16. એક વ્યક્તિ એક રકમ 4% લેખે 8 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે આપે છે. તેને મળતું વ્યાજ તે મુદલ કરતા રૂ.3400 ઓછું હોય તો મુદલ શોધો.

ધારો કે મુદલ = 100 રૂ.

$I = \frac{PRN}{100}$

$= \frac{100 \times 4 \times 8}{100}$

= 32 રૂ.

∴ 100 - 32 = 68 રૂ.

68 રૂ. મુદલ કરતા ઓછા હોય તો મુદલ = 100 રૂ.

∴ 3400 મુદલ કરતા ઓછા હોય તો મુદલ = ?

$\frac{100 \times 3400}{68} = 5000$

∴ મુદલ = 5000 રૂ.

Short cut

$$\text{મુદ્દલ} = \frac{100}{100-(N)(R)} \times \text{તફાવત}$$

$$= \frac{100}{100-8\times4} \times 3400$$

$$= \frac{100\times3400}{68}$$

$$= 5000 \text{ રૂ.}$$

પ્રેક્ટિસ

1. રૂ. 850નું 4% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ શોધો.
2. રૂ.16250નું 73 દિવસનું વ્યાજ રૂ.260 થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
3. રૂ.12000નું 5% લેખે કેટલા વર્ષે વ્યાજ રૂ.2400 થાય?
4. કઈ રકમનું 4% લેખે 5 વર્ષમાં વ્યાજ રૂ.1200 થાય?
5. સાદા વ્યાજે મૂકેલી રકમ 3 વર્ષને અંતે રૂ.750 થાય અને 5 વર્ષને અંતે રૂ.900 થાય તો 9 વર્ષને અંતે સાદુ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા હશે?
6. એક રકમ 15 વર્ષમાં ચાર ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
7. એક રકમ 12%ના દરે કેટલા વર્ષમાં ચાર ગણી થાય?
8. રમેશ રૂ.50000, 4% લેખે 3 વર્ષ માટે સાદા વ્યાજે મૂકે છે. 3 વર્ષ બાદ મળતી રકમના 3% ડોનેશન આપે છે તો તેણે કેટલી રકમ ડોનેશન આપી હશે?
9. A રૂ.5000 અમુક ટકા લેખે 2 વર્ષ માટે B ને આપે છે. જ્યારે રૂ.3000 તેટલા જ ટકા લેખે 4 વર્ષ માટે C ને આપે છે. જો બન્નેનું કુલ સાદુ વ્યાજ રૂ.2200 મળે તો વ્યાજનો દર શોધો.
10. એક રકમનું 10% લેખે 5 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ તે મુદલ કરતા 3000 રૂ. ઓછા હોય તો મુદલ શોધો.

જવાબો

1.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{850\times4\times5}{100}$$

$$= 170$$

2.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$260 = \frac{16250\times R\times73}{100\times365}$$

$$8 = R$$

$$\therefore \text{વ્યાજનો દર} = 8\%$$

3. $I = \frac{PRN}{100}$

$2400 = \frac{12000 \times 5 \times N}{100}$

$N = 4$

4. $I = \frac{PRN}{100}$

$1200 = \frac{P \times 4 \times 5}{100}$

$P = 6000$

5. 3 વર્ષને અંતે વ્યાજ મુદ્દલ = 750 રૂ.

5 વર્ષને અંતે વ્યાજ મુદ્દલ = 900 રૂ.

∴ 2 વર્ષનું વ્યાજ = 150 રૂ.

1 વર્ષનું વ્યાજ = 75 રૂ.

∴ 9 વર્ષનું વ્યાજ = 75 x 9 = 675 રૂ.

6. $R = \frac{100(x-1)}{N}$

$R = \frac{100(4-1)}{15}$

$R = \frac{100 \times 3}{15}$

$R = 20$

7. $N = \frac{100(x-1)}{12}$

$= \frac{100(4-1)}{12}$

$= \frac{100 \times 3}{12}$

= 25 વર્ષ

8. $A = P\left(\frac{100 + rN}{100}\right)$

$= 50000\left(\frac{100 + 4 \times 3}{100}\right)$

$= 56000$ રૂ.

આપેલ ડોનેશન $= 56000 \times \frac{3}{100} = 1680$

9. ધારો કે વ્યાજનો દર = r%

$$\frac{5000 \times 2 \times r}{100} + \frac{3000 \times 4 \times r}{100} = 2200$$

$$100r + 120r = 2200$$

$$220r = 2200$$

$$r = 10$$

∴ વ્યાજનો દર = 10%

10. ધારોકે મુદલ = 100 રૂ.

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{100 \times 10 \times 5}{100}$$

$= 50$ રૂ.

$100 - 50 = 50$ રૂ.

રૂ.50 મુદલ કરતા ઓછા હોય તો મુદલ = 100

∴ રૂ.3000 મુદલ કરતા ઓછા હોય તો મુદલ = ?

$\frac{100 \times 3000}{50} = 6000$ રૂ.

- ધારોકે 1000 રૂ. 2 વર્ષ માટે 10% ના ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજે મૂકવામાં આવે અને વ્યાજ વાર્ષિક ધોરણે ગણાતુ હોય તો પ્રથમ 1000 રૂ.નું 1 વર્ષનું 10% લેખે વ્યાજ 100 રૂ. થાય. આમ પ્રથમ વર્ષને અંતે 1000 + 100 = 1100રૂ. વ્યાજમુદ્દલ તે બીજા વર્ષનું મુદલ ગણાય. આમ 1100રૂ.નું 10% લેખે વ્યાજ 110 રૂ. થાય. આમ પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ 100 રૂ. અને બીજા વર્ષનું વ્યાજ 110 રૂ.એમ 210 રૂ. ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ ગણાય.
- ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ વાર્ષિક, અર્ધવાર્ષિક, ત્રિમાસિક પણ ગણાય છે.
- જો વ્યાજમુદ્દલ A, મુદ્દલ P, ટકા R અને વર્ષ N , હોય તો

N વર્ષના અંતે વ્યાજમુદ્દલ $= A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$

- જ્યારે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અર્ધવાર્ષિક ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P\left(1+\frac{R/2}{100}\right)^{2N}$$

- જ્યારે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ ત્રિમાસીક ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P\left(1+\frac{R/4}{100}\right)^{4N}$$

- જ્યારે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ 2 વર્ષ અને 9 માસનું ગણવામાં આવે ત્યારે

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^2\left(1+\frac{3R/4}{100}\right)$$

- જ્યારે પ્રથમ વર્ષે વ્યાજનો દર R_1, બીજા વર્ષે R_2 અને ત્રીજા વર્ષે R_3 હોય તો

$$A = P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)$$

ઉદાહરણો

1. રૂ.6000નું 10% લેખે 2 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 6000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 6000\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)$$

$$= 7260$$

ચ. વ્યાજ = વ્યાજમુદ્દલ - મુદ્દલ

= 7260 - 6000

= 1260 રૂ.

2. રૂ. 10,000 નું 5% લેખે કેટલા વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ રૂ.1025 થાય?

ચ.વ્યાજ = વ્યાજમુદ્દલ - મુદ્દલ

$$1025 = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N - P$$

$$1025 = 10000\left(1+\frac{5}{100}\right)^N - 10000$$

$$\frac{11025}{10000} = \left(\frac{105}{100}\right)^N$$

$$\frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20}\right)^N$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^2 = \left(\frac{21}{20}\right)^N$$

$$N = 2$$

∴ 2 વર્ષના અંતે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ રૂ.1025 થાય.

3. રૂ.15000નું 20% લેખે 2 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો. (વ્યાજ દર છ માસે ઉમેરાય છે.)

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 15000\left(1+\frac{10}{100}\right)^4$$ (વ્યાજ દર છ માસે ઉમેરાય છે ∴ R = 10, N = 4)

$$= 15000\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)$$

$$= 21961.50$$

ચ.વ્યાજ = 21961.50 - 15000

= 6961.50 રૂ.

4. રૂ. 16000નું 20% લેખે 9 માસનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો. (વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરાય છે.)

વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરવાનું હોવાથી $\frac{R}{4} = 5$ અને $N = 3$ થાય

$$A = 16000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$$

$= 16000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$= 18522$

ચ.વ્યાજ $= 18522 - 16000$

$= 2522$ રૂ.

5. રૂ.24000નું 15% લેખે 2 વર્ષ અને 4 માસનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.

$A = 24000 \left(1+\frac{15}{100}\right)^2 \left(1+\frac{1/3\,(15)}{100}\right)$

$= 24000 \left(\frac{115}{100}\right)\left(\frac{115}{100}\right)\left(\frac{105}{100}\right)$

$= 24000 \left(\frac{23}{20}\right)\left(\frac{23}{20}\right)\left(\frac{21}{20}\right)$

$= 33327$

$\therefore$ ચ.વ્યાજ $= 33327 - 24000$

$= 9327$ રૂ.

6. કઈ રકમનું 10% લેખે 3 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ 662 રૂ. થાય?

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = A - P

$662 = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N - P$

$662 = P\left[\left(1+\frac{10}{100}\right)^3 - 1\right]$

$662 = P\left[\left(\frac{110}{100}\right)^3 - 1\right]$

$662 = P\left[\left(\frac{11}{10}\right)^3 - 1\right]$

$662 = P\left[\left(\frac{1331}{1000}\right) - 1\right]$

$662 = P\left(\frac{1331-1000}{1000}\right)$

$662000 = P(331)$

$2000 = P$

$\therefore$ મુદ્દલ $= 2000$ રૂ.

7. કઈ રકમનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજના દરે પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ 480 રૂ. અને બીજા વર્ષનું વ્યાજ 518.40 રૂ. થાય?

પ્રથમ વર્ષનું સાદુ વ્યાજ અને ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ સરખુ હોય છે.

બીજા વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + પ્રથમ વર્ષના વ્યાજના R% લેખે વ્યાજ

518.4 = 480 + 480નું R% લેખે વ્યાજ

38.4 = 480 નું R% લેખે વ્યાજ

$$38.4 = \frac{480 \times R \times 1}{100}$$

$$R = \frac{384}{48}$$

$$R = 8$$

$$\text{મુદ્દલ (P)} = \frac{I \times 100}{R \times N}$$

$$= \frac{480 \times 100}{8 \times 1}$$

$$= 6000$$

∴ મુદ્દલ 6000 રૂ. હશે.

8. કઈ રકમનું 2 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ 100 રૂ અને ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ 104 રૂ. થાય?

2 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = 100 રૂ.

1 વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = 50 રૂ.

એટલે 1 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = 50 રૂ.

બીજા વર્ષનું ચ.વ્યાજ = 104 - 50 = 54 રૂ.

બીજા વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + પ્રથમ વર્ષના વ્યાજ પર R% વ્યાજ

54 = 50 + 50 પર R% વ્યાજ

4 = 50 પર R% વ્યાજ

$$4 = \frac{50 \times R \times 1}{100}$$

$$R = 8$$

$$P = \frac{I \times 100}{R \times N}$$

$$= \frac{50 \times 100}{8 \times 1}$$

= 625 રૂ.

Short cut

$$R = \frac{2 \times \text{ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત}}{\text{સાદુ વ્યાજ}} \times 100$$ (ફક્ત બે વર્ષ માટે)

$$= \frac{2 \times 4 \times 100}{100}$$

$$= 8\%$$

$$P = \frac{50 \times 100}{8 \times 1} = 625$$

9. જો ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો 5% લેખે 2 વર્ષનો તફાવત 150 રૂ. હોય તો મુદ્દલ શોધો.

ધારો કે મુદ્દલ = 100 રૂ.

1 વર્ષનું 5% લેખે વ્યાજ = 5 રૂ.

બીજા વર્ષનું મુદ્દલ = 100 + 5 = 105 રૂ.

105 રૂ.નું 5% લેખે વ્યાજ $= \frac{105 \times 5}{100}$

= 5.25 રૂ.

બે વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + બીજા વર્ષનું વ્યાજ

= 5 + 5.25

= 10.25 રૂ.

જ્યારે બે વર્ષનું સાદુ વ્યાજ $= \frac{100 \times 5 \times 2}{100}$

= 10 રૂ.

તફાવત = 10.25 - 10

= 0.25 રૂ.

0.25 રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ = 100 રૂ.

150 રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ = ?

મુદ્દલ $= \frac{150 \times 100}{0.25}$

= 60000 રૂ.

Short cut

મુદ્દલ (P) = તફાવત$\left(\frac{100}{r}\right)^2$ (ફક્ત બે વર્ષ માટે)

$= 150\left(\frac{100}{5}\right)^2$

$= 150 \times 20 \times 20$

$= 60000$ રૂ.

10. રૂ. 15000નો 10% લેખે 2 વર્ષનો ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત કેટલા રૂપીયા થાય?

સાદુ વ્યાજ :

$I = \frac{PRN}{100}$

$= \frac{15000 \times 10 \times 2}{100}$

$= 3000$ રૂ.

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ: $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 15000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$

$= 15000\left(\frac{11}{10}\right)\left(\frac{11}{10}\right)$

$= 18150$

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= 18150 - 15000$

$= 3150$ રૂ.

તફાવત = ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ - સાદુ વ્યાજ

$= 3150 - 3000 = 150$ રૂ.

Short cut

તફાવત = મુદલ $\left(\frac{R}{100}\right)^2$ (ફક્ત બે વર્ષ માટે)

$= 15000\left(\frac{10}{100}\right)^2$

$= 15000 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 150$ રૂ.

11. કઈ રકમનું 10% લેખે 3 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત 124 રૂ. થાય?

ધારોકે મુદ્દલ = 100 રૂ.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 100\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 100\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)$$

$$= 133.10$$

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = 133.10 - 100

= 33.10

સાદુ વ્યાજ $= \frac{PRN}{100}$

$$= \frac{100 \times 10 \times 3}{100}$$

= 30 રૂ.

તફાવત = ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ - સાદુ વ્યાજ

= 33.10 - 30

= 3.10

3.10 રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ = 100

∴ 124 રૂ. તફાવત હોય તો મુદ્દલ = ?

$$= \frac{100 \times 124}{3.10}$$

= 4000 રૂ.

Short cut મુદ્દલ $= \frac{\text{તફાવત}\,(100)^3}{r^2\,(300+r)}$

$$= \frac{124 \times 100 \times 100 \times 100}{10 \times 10 \times (300+10)}$$

= 4000 રૂ.

12. રૂ.5000નું 3 વર્ષનું 10% લેખે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 5000\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 5000 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$= 6655$$

∴ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ = 6655 - 5000

= 1655 રૂ.

સાદુ વ્યાજ :-

$$I = \frac{PRN}{100}$$

$$= \frac{5000 \times 10 \times 3}{100}$$

= 1500 રૂ.

તફાવત = ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ - સાદુ વ્યાજ

= 1655 - 1500

= 155 રૂ.

Short cut તફાવત $= \frac{P \times r^2 \times (300+r)}{(100)^3}$

$$= \frac{5000 \times 10 \times 10 \times 310}{100 \times 100 \times 100}$$

$$= 155$$

13. એક રકમ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજે ત્રણ વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય તો કેટલા વર્ષને અંતે નવ ગણી થાય?

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

3 વર્ષને અંતે ત્રણ ગણી થાય છે.

∴ N = 3, A = 3P થાય

$$3P = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

$$3 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^3$$

બન્ને બાજુ વર્ગ કરતા

$$3^2 = \left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^3\right]^2$$

$$9 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^6$$

બન્ને બાજુ P વડે ગુણતા

$$9P = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^6$$

$$N = 6$$

$\therefore$ 6 વર્ષના અંતે રકમ 9 ગણી બને.

Short cut

જો કોઈ રકમ y વર્ષમાં x ગણી થાય તો $(x)^n$ ગણી ny વર્ષમાં થાય.

તેથી 3 વર્ષમાં 3 ગણી થાય તો $(3)^2$ ગણી $2 \times 3 = 6$ વર્ષમાં થાય.

15. એક રકમ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજે ચાર વર્ષમાં સોળ ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$16P = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^4$$

$$16 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^4$$

$$2^4 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^4$$

$$2 = \left(1+\frac{R}{100}\right)$$

$$R = 100$$

Short cut

કોઈ રકમ n ગણી y વર્ષમાં થાય તો

વ્યાજનો દર = $R = [(n)^{1/y} - 1] \times 100$

$\therefore R = [(16)^{1/4} - 1] \times 100$

$\therefore R = (2-1) \times 100$

$\therefore R = 100$

16. એક રકમનું 2 વર્ષને અંતે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ મુદ્દલ રૂ.18150 અને 3 વર્ષને અંતે ચક્રવૃધ્ધિવ્યાજ મુદ્દલ રૂ.19965 થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.

ત્રીજા વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = ત્રણ વર્ષનું વ્યાજમુદ્દલ - બે વર્ષનું વ્યાજમુદ્દલ

= 19965 - 18150

= 1815 રૂ.

રૂ. 1815 તે 18150 રૂ.ના મુદ્દલ પર ત્રીજા વર્ષનું સાદુ વ્યાજ છે.

$$\therefore R = \frac{1815 \times 100}{18150 \times 1} = 10$$

∴ વ્યાજનો દર 10% હશે.

Short cut

$$R = \frac{\text{n વર્ષ અને n+1 વર્ષના વ્યાજમુદ્દલનો તફાવત} \times 100}{\text{n વર્ષનું વ્યાજ મુદ્દલ}}$$

$$= \frac{1815 \times 100}{18150}$$

$$= 10\%$$

17. રૂ. 48000 ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજના દરે 4 વર્ષને અંતે રૂ.60000 થાય તો 12 વર્ષને અંતે વ્યાજમુદ્દલ કેટલા રૂપીયા થાય ?

$$48000\left(1+\frac{R}{100}\right)^4 = 60000$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^4 = \frac{60000}{48000}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^4 = \frac{5}{4}$$

$$\left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^{12} = \frac{125}{64}$$

$$\left(1+\frac{R}{100}\right)^{12} = \frac{125 \times 750}{64 \times 750}$$

$$48000\left(1+\frac{R}{100}\right)^{12} = 93750$$

∴ 12 વર્ષને અંતે રકમ 93750 રૂ. થાય.

Short cut

x રકમ N_1 વર્ષને અંતે y રકમ થાય તો N_2 વર્ષ ને અંતે

$$\frac{(y)^{N_2/N_1}}{(x)^{N_2/N_1 - 1}}$$ રકમ થાય

$$\text{વ્યાજમુદ્દલ} = \frac{(60000)^{12/4}}{(48000)^{12/4-1}}$$

$$= \frac{(60000)^3}{(48000)^2}$$

$= 93750$ રૂ.

18. રૂ.50000નું પ્રથમ વર્ષનું 8% લેખે, બીજા વર્ષનું 10% લેખે અને ત્રીજા વર્ષનું 12% લેખે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.

$$A = 50000\left(1+\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{10}{100}\right)\left(1+\frac{12}{100}\right)$$

$$= 50000\left(\frac{108}{100}\right)\left(\frac{110}{100}\right)\left(\frac{112}{100}\right)$$

$= 66528$ રૂ.

ચ. વ્યાજ = વ્યાજમુદ્દલ - મુદ્દલ

$= 66528 - 50000$

$= 16528$ રૂ.

19. રૂ.39030 A અને B ને એવી રીતે વહેંચો કે A ને 7 વર્ષમાં 4% લેખે મળતું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ B ને 9 વર્ષમાં 4% લેખે મળતા ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ બરાબર થાય તો A અને B ને મળતી રકમ શોધો.

ધારોકે 39030માંથી A ને મળતી રકમ $= x$ રૂ.

$\therefore$ B ને મળતી રકમ $= (39030 - x)$ રૂ.

A ને મળતું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= x\left(1+\frac{4}{100}\right)^7 = x \times \left(\frac{26}{25}\right)^7$

B ને મળતું ચક્રવધ્ધિ વ્યાજ $= (39030 - x)\left(1+\frac{4}{100}\right)^9$

$= (39030 - x)\left(\frac{26}{25}\right)^9$

બન્નેને મળતું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ સમાન હોવાથી

$$x \times \left(\frac{26}{25}\right)^7 = (39030 - x)\left(\frac{26}{25}\right)^9$$

$$x = (39030 - x)\left(\frac{26}{25}\right)^2$$

$$x = (39030 - x) \times \left(\frac{676}{625}\right)$$

$$625x = 39030 \times 676 - 676x$$

$$625x + 676x = 39030 \times 676$$

$$1301x = 39030 \times 676$$

$$x = \frac{39030 \times 676}{1301}$$

$$x = 20280$$

A ના ભાગની રકમ = x = 20280 રૂ.

∴ B ના ભાગની રકમ = $(39030 - x)$ = 18750 રૂ.

Short cut

A ના ભાગની રકમ $= \dfrac{P}{1 + \left(\dfrac{100}{100+r}\right)^{b-a}}$ રૂ.

$$= \frac{39030}{1 + \left(\frac{100}{100+4}\right)^{9-7}}$$

$$= \frac{39030}{1 + \left(\frac{100}{104}\right)^2}$$

$$= \frac{39030}{1 + \left(\frac{25}{26}\right)^2}$$

$$= \frac{39030 \times 676}{676 + 625} = \frac{39030 \times 676}{1301}$$

= 20280 રૂ.

20. એક નગરની વસ્તી 50,000 છે. જો દર વર્ષે 2% લેખે વસ્તી ઘટતી જાય તો 2 વર્ષ પછી નગરની વસ્તી કેટલી હશે?

2 વર્ષ પછી નગરની વસ્તી $= 50,000\left(1 - \frac{2}{100}\right)^2$

$$= 50000 \times \frac{98}{100} \times \frac{98}{100}$$

= 48020

પ્રેક્ટિસ

1. રૂ.10,000નું 8% લેખે 2 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.
2. રૂ.12000નું 10% લેખે 2 વર્ષ અને 3 માસનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.
3. રૂ.10,000નું 12% લેખે 1 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય? (વ્યાજ 6 માસે ઉમેરાય છે.)
4. રૂ.10,000નું 12% લેખે 6 માસનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ કેટલા રૂપીયા થાય? (વ્યાજ દર ત્રણ માસે ઉમેરાય છે.)
5. રૂ.5000નું 10% લેખે કેટલા વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ 6655 થાય?
6. એક રકમ 5 વર્ષમાં ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજે બમણી થાય તો કેટલા વર્ષમાં આઠ ગણી થાય?
7. કેટલા ટકા લેખે એક રકમ બે વર્ષમાં ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ સાથે ચાર ગણી થાય?
8. રમેશને એક રકમ પર 3 વર્ષને અંતે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજમુદલ 8820 રૂ. અને 4 વર્ષને અંતે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજમુદલ 9261 રૂ. મળે તો તે રકમ પરનો વ્યાજનો દર શોધો.
9. એક રકમનું 2 વર્ષના 4% લેખે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત રૂ.30 હોય તો મુદલ શોધો.
10. રૂ.30,000નો 15% લેખે 2 વર્ષનો ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત શોધો.

જવાબો

1.
$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$
$$= 10,000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$
$$= 10,000\left(\frac{100+8}{100}\right)^2$$
$$= 10,000\left(\frac{108}{100}\right)^2$$
$$= \frac{10,000 \times 108 \times 108}{100 \times 100}$$
$$= 11664 \text{ રૂ.}$$
ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= 11664 - 10,000$
$$= 1664 \text{ રૂ.}$$

2. $P = 12000, R = 10, N = 2$ વર્ષ અને 3 માસ
$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^2\left(1+\frac{R/4}{100}\right) \quad \text{(3 માસ હોવાથી)}$$
$$= 12000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2\left(1+\frac{10/4}{100}\right)$$

$$= 12000\left(1+\frac{10}{100}\right)^2 \left(1+\frac{5}{200}\right)$$

$$= 12000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{205}{200}$$

$$= 14883$$

$\therefore$ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= 14883 - 12000$

$$= 2883$$

3. $$A = P\left(1+\frac{R/2}{100}\right)^{2N}$$

$$= 10000\left(1+\frac{6}{100}\right)^2$$

$$= 10000 \times \frac{106}{100} \times \frac{106}{100}$$

$$= 11236$$

$\therefore$ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= 11236 - 10000$

$= 1236$ રૂ.

4. $$A = 10000\left(1+\frac{3}{100}\right)^2$$

વ્યાજ ત્રણ માસે ઉમેરાતું હોવાથી $R/4 = 12/4 = 3$ $N = 2$ (6 માસ હોવાથી)

$$= 10000 \times \frac{103}{100} \times \frac{103}{100}$$

$$= 10609$$

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ $= 10609 - 10000$

$= 609$ રૂ.

5. $$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$6655 = 5000\left(1+\frac{10}{100}\right)^N$$

$$\frac{6655}{5000} = \left(\frac{110}{100}\right)^N$$

$$\frac{1331}{1000} = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^3 = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore \quad N = 3$$

6.

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$2P = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^5$$

$$2 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^5$$

રકમ આઠ ગણી કરવા માટે

$$(2)^3 = \left[\left(1+\frac{R}{100}\right)^5\right]^3$$

$$8 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^{15}$$

$\therefore$ 15 વર્ષમાં આઠ ગણી થાય.

Short cut

એક રકમ y વર્ષમાં x ગણી થાય તો $(x)^n$ ગણી કરતા ny વર્ષ લાગે.

$\therefore$ 5 વર્ષમાં બમણી થાય તો આઠ ગણી $(2)^3$ કરતા $5 \times 3 = 15$ વર્ષ લાગે.

7.

ધારોકે રકમ = P

ચારગણી = 4P

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$$

$$4P = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$$

$$4 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^2$$

$$(2)^2 = \left(1+\frac{R}{100}\right)^2$$

$$2 = 1+\frac{R}{100}$$

$$1 = \frac{R}{100}$$

$$R = 100$$

Short cut

ધારો કે એક રકમ y વર્ષમાં n ગણી થાય તો વ્યાજનો દર = $[(n)^{1/y} - 1] \times 100$

$= [(4)^{1/2} - 1] \times 100$

$= (2 - 1) \times 100$

$= (1) \times 100$

$= 100$

Short cut

8. $R = \dfrac{(\text{n વર્ષ અને n + 1 વર્ષના વ્યાજ મુદલનો તફાવત}) \times 100}{\text{n વર્ષનું વ્યાજ મુદલ}}$

$= \dfrac{441 \times 100}{8820}$

$= 5\%$

9. મુદલ $= \text{તફાવત} \left(\dfrac{100}{r}\right)^2$

$= 30 \left(\dfrac{100}{4}\right)^2$

$= 30 \times 25 \times 25$

$= 18750$ રૂ.

10. તફાવત $= \text{મુદલ} \left(\dfrac{R}{100}\right)^2$

$= 30{,}000 \left(\dfrac{15}{100}\right)^2$

$= 30{,}000 \times \dfrac{15}{100} \times \dfrac{15}{100}$

$= 675$ રૂ.

ગુણોત્તર - પ્રમાણ

સમજુતી

15 અને 10 ના ગુણોત્તરને 15:10 વડે દર્શાવી શકાય છે.

∴ 15 : 10 જેમાં 15 ને પૂર્વપદ અને 10 ને ઉત્તરપદ કહેવાય છે.

તેને $\frac{15}{10}$ વડે દર્શાવાય છે.

∴ $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$ થાય.

$\frac{3}{2}$ ને 3 : 2 વડે દર્શાવી શકાય.

∴ 15 : 10 = 3 : 2 થાય જે ગુણોત્તર અને પ્રમાણ છે.

જેમાં 15 અને 2 અંત્યપદો છે અને 10 અને 3 તે મધ્યપદો છે.

ગુણોત્તર અને પ્રમાણમાં મધ્યપદો અને અંત્યપદોનો ગુણાકાર સરખો થાય છે.

જેમ કે 15 x 2 = 30 અને 10 x 3 = 30 થાય.

સમપ્રમાણ : એક ચલ વધે તો બીજુ ચલ વધે અથવા એક ચલ ઘટે તો બીજુ ચલ ઘટે તો બન્ને સમપ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય.

વ્યસ્ત પ્રમાણ : એક ચલ વધે તો બીજુ ચલ ઘટે અથવા એક ચલ ઘટે તો બીજુ ચલ વધે તો બન્ને વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે તેમ કહેવાય.

ગુણોત્તર મધ્યક : કોઈ બે ધન સંખ્યાના ગુણાકારના વર્ગમૂળને તે બે સંખ્યાનો ગુણોત્તર મધ્યક કહેવાય છે.

ઉદાહરણ

1. 12 અને 3 નો ગુણોત્તર મધ્યક શોધો.

ગુ.મ. = $\sqrt{12 \times 3}$

= 6

2. જો 5 : 3 = x : 6 હોય તો x શોધો.

$3x = 5 \times 6$

$3x = 30$

$x = 10$ થાય.

3. જો a : b = 2 : 3 અને b : c = 5 : 7 તો a : c શોધો.

$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ અને $\frac{b}{c} = \frac{5}{7}$ થાય.

$$\frac{a}{b} x \frac{b}{c} = \frac{2}{3} x \frac{5}{7}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{10}{21}$$

$\therefore a:c = 10:21$

4. જો $A:B = 5:7$ અને $B:C = 6:11$ હોયતો $A:B:C$ શોધો.

$A:B = 5:7$, $B:C = 6:11$

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{7} \qquad \frac{B}{C} = \frac{6}{11}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{5}{7} x \frac{6}{6} = \frac{30}{42} \text{ અને } \frac{B}{C} = \frac{6}{11} x \frac{7}{7} = \frac{42}{77}$$

$\therefore A:B:C = 30:42:77$

5. જો $x:y = 3:4$ તો $(7x+3y):(7x-3y)$ શોધો.

$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \frac{x}{3} = \frac{y}{4} = k$ ધારતા $\therefore x = 3k, y = 4k$ થાય

$$7x+3y:7x-3y = \frac{7x+3y}{7x-3y}$$

$$= \frac{7(3k)+3(4k)}{7(3k)-3(4k)}$$

$$= \frac{21k+12k}{21k-12k}$$

$$= \frac{33k}{9k}$$

$$= \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$= 11:3$

6. 4,5 અને 12 નું ચોથુ પ્રમાણપદ શોધો.

$4:5 = 12:x$ થાય

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{x}$$

$$x = \frac{12 x 5}{4} = 15$$

$\therefore x = 15$

7. જો $\frac{a}{8}=\frac{b}{9}=\frac{c}{12}$ તો a:b:c શોધો.

$\frac{a}{8}=\frac{b}{9}=\frac{c}{12}=k$ ધારતા

$\therefore$ a = 8k, b = 9k, c = 12k

$\therefore$ a:b:c= 8k:9k:12k = 8:9:12

8. 5 બોલપેનની કિંમત 15 રૂ. હોય તો 15 બોલપેનની કિંમત કેટલા રૂપીયા થશે ?

બોલપેનની સંખ્યા વધવાથી તેની કિંમત પણ વધે છે તેથી તે સમપ્રમાણ કહેવાય.

5 બોલપેનની કિંમત = 15 રૂ.

15 બોલપેનની કિંમત = ?

$\frac{15 \times 15}{5} = 45$ રૂ.

9. એક થેલામાં 2 રૂ.ના, 1 રૂ.ના અને 50 પૈસાના સિક્કા અનુક્રમે 2:3:8ના પ્રમાણમાં છે. જો થેલામાં કુલ 55 રૂ. હોય તો દરેક પ્રકારના કેટલા સિક્કા હશે ?

થેલામાં 2 રૂ.ના, 1 રૂ.ના અને 50 પૈસાના સિક્કાનું પ્રમાણ 2:3:8 ના પ્રમાણમાં હોવાથી

ધારો કે થેલામાં 2 રૂ.ના $2x$, 1 રૂ. $3x$ અને 50 પૈસાના $8x$ સિક્કા હોય.

કુલ 55 રૂપીયા હોવાથી

$2(2x)+3x+\frac{8x}{2}=55$

$4x+3x+4x=55$

$11x=55$

$x=5$

$\therefore$ 2 રૂ.ના સિક્કાની સંખ્યા $= 2x = 2 \times 5 = 10$

$\therefore$ 1 રૂ.ના સિક્કાની સંખ્યા $= 3x = 3 \times 5 = 15$

$\therefore$ 50 પૈસાના સિક્કાની સંખ્યા $= 8x = 8 \times 5 = 40$

10. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 3:2 છે. જો 6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી નવું પ્રમાણ 6:5 થાય છે તો મિશ્રણમાં કેટલા લીટર દૂધ હશે ?

મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ = 3:2

ધારો કે દૂધનું પ્રમાણ $= 3x$ લીટર

પાણીનું પ્રમાણ $= 2x$ લીટર

6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી મિશ્રણમાં પાણી $(2x+6)$ લીટર થાય.

$$\therefore \frac{3x}{2x+6} = \frac{6}{5}$$

$$15x = 12x + 36$$

$$3x = 36$$

$$\therefore x = 12$$

$\therefore$ દૂધનું પ્રમાણ = $3x = 3 \times 12 = 36$

11. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 2:3 છે. તેમાં 6 લીટર પાણી ઉમેરવાથી નવું પ્રમાણ 2:5 થાય તો તેમાં કેટલા લીટર દૂધ અને પાણી હશે ?

Short cut

આ દાખલો દા.9 પ્રમાણે થશે પરંતું જ્યારે બન્ને વખતે દૂધનું પ્રમાણ સરખુ હોય ત્યારે જો મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ a:b હોય x લીટર પાણી ઉમેરતા નવું પ્રમાણ a:c થાય ત્યારે

દૂધની માત્રા $= \frac{ax}{c-b} = \frac{2 \times 6}{5-3} = \frac{12}{2} = 6$ લીટર

પાણીની માત્રા $= \frac{bx}{c-b} = \frac{3 \times 6}{5-3} = \frac{18}{2} = 9$ લીટર

12. 48 રૂ. કિલોગ્રામ અને 32 રૂ. કિલોગ્રામ ખાંડને કેટલા ગુણોત્તરમાં ભેળવવાથી તે મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ.થાય?

ધારો કે 48 રૂ. કિ.ગ્રા. વાળી ખાંડ x કિ.ગ્રા. અને 32 રૂ. કિ.ગ્રા. વાળી ખાંડ y કિ.ગ્રા. ભેળવવાથી તે મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ. થાય.

$\therefore$ 48 રૂ.વાળી x કિ.ગ્રા. ખાંડની કિંમત = $48x$ રૂ.

$\therefore$ 32 રૂ. વાળી y કિ.ગ્રા. ખાંડની કિંમત = 32y રૂ.

મિશ્રણ = $(x+y)$ કિ.ગ્રા.

મિશ્રણનું મૂલ્ય = $36(x+y)$

$$\therefore 48x + 32y = 36x + 36y$$

$$48x - 36x = 36y - 32y$$

$$12x = 4y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \quad \therefore x:y = 1:3$$

$\therefore$ મિશ્રણમાં 48 રૂ.વાળી ખાંડ અને 32 રૂ.વાળી ખાંડ 1:3 ના પ્રમાણમાં ભેળવવાથી મિશ્રણની કિંમત 36 રૂ. થાય

Short cut

રૂ.a ની કિંમતની વસ્તુ અને રૂ.b ની કિંમતની વસ્તુનું મિશ્રણ કરવાથી મિશ્રણનું મૂલ્ય રૂ. c થાય તો મિશ્રણનો $\frac{x}{y} = \frac{c-b}{a-c}$ થાય

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{36-32}{48-36} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

13. રૂ.42,500ને 4 પુરુષો, 5 સ્ત્રીઓ અને 6 બાળકો વચ્ચે 9:8:4ના પ્રમાણમાં વહેંચવાથી એક પુરુષને ભાગે કેટલા રૂપીયા આવે?

પુરુષ, સ્ત્રી અને બાળકોનું પ્રમાણ $= 9 \times 4 : 8 \times 5 : 4 \times 6$

$= 36 : 40 : 24$

4 પુરુષોને ભાગે આવતી રકમ $= \frac{36 \times 42500}{100}$

$= 15300$

1 પુરુષને ભાગે આવતી રકમ $= \frac{15300}{4}$

$= 3825$ રૂ.

14. 35 લીટરના દૂધ અને પાણીના મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 4:1 છે તો તેમાં 7 લીટર પાણી ઉમેરતા દૂધ અને પાણીનો નવો ગુણોત્તર શોધો.

દૂધ અને પાણીનો ગુણોત્તર = 4:1

$\therefore$ દૂધનું પ્રમાણ $= 4x$ લીટર

પાણીનું પ્રમાણ $= x$ લીટર

$4x + x = 35$

$\therefore 5x = 35$

$\therefore x = 7$

$\therefore$ દૂધ $= 4x = 4 \times 7 = 28$ લીટર

પાણી $= x = 7$ લીટર

7 લીટર પાણી ઉમેરતા પાણી 14 લીટર થશે.

$\therefore$ 28 લીટર દૂધ અને 14 લીટર પાણીનો નવો ગુણોત્તર $28 : 14 = 2 : 1$ થાય.

Short cut

c લીટરના મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ a : b તથા d લીટર પાણી ઉમેરવાથી દૂધ અને પાણીનો

$$\text{નવો ગુણોત્તર} = \frac{ac}{bc + d(a+b)} \text{ થાય.}$$

$$= \frac{4 \times 35}{1 \times 35 + 7(4+1)} = \frac{140}{70} = \frac{2}{1}$$

$$= 2 : 1$$

15. જો $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ તો $\frac{a+b+c}{c}$ શોધો.

$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7} = k$ ધારતા

$\therefore\ a = 3k\ ,\ b = 4k\ ,\ c = 7k$

$$\frac{a+b+c}{c} = \frac{3k+4k+7k}{7k} = \frac{14k}{7k} = 2$$

16. જો x ના 10% = y ના 30% તો $x : y$ શોધો.

$$\frac{10x}{100} = \frac{30y}{100}$$

$$10x = 30y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{30}{10}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

$$x : y = 3 : 1$$

17. જો $x : y = 7 : 3$ તો $\frac{xy + y^2}{x^2 - y^2}$ શોધો.

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{3}$$

$\frac{x}{7} = \frac{y}{3} = k$ ધારતા $x = 7k$ અને $y = 3k$

$$\frac{xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(7k)(3k) + (3k)^2}{(7k)^2 - (3k)^2}$$

$$= \frac{21k^2 + 9k^2}{49k^2 - 9k^2}$$

$$= \frac{30k^2}{40k^2} = \frac{3}{4}$$

18. એક રકમ P, Q અને R ને 6:19:7ના પ્રમાણમાં વહેંચવામાં આવે છે. જો R તેના ભાગે આવતી રકમમાંથી રૂ.200, Q ને આપે તો P, Q અને R પાસે રહેલી રકમનો નવો ગુણોત્તર 3:10:3 થાય છે તો રકમ શોધો.

ધારોકે P ને ભાગે આવતી રકમ $= 6x$

Q ને ભાગે આવતી રકમ $= 19x$

R ને ભાગે આવતી રકમ $= 7x$

કુલ રકમ $= 6x + 19x + 7x = 32x$

હવે R તેના ભાગે આવતી રકમમાંથી રૂ.200 Q ને આપતો હોવાથી નવું પ્રમાણ.

$$6x : (19x + 200) : (7x - 200) = 3 : 10 : 3$$

P અને Rનું પ્રમાણ સરખું હોવાથી

$$6x = 7x - 200$$

$x = 200$ થાય.

કુલ રકમ $32x = 32 \times 200 = 6400$ થાય.

વહેંચણી પાત્ર રકમ 6400 રૂ. હશે.

પ્રેક્ટિસ

1. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 5:11 છે. જો તેમના વચ્ચેનો તફાવત 30 હોય તો મોટી સંખ્યા શોધો.
2. 7 અને 28નો ગુણોત્તર મધ્યક શોધો.
3. ત્રણ સંખ્યાઓનો સરવાળો 116 છે. જો બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર 9:16 અને પહેલી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર 1:4 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.
4. જો $a:b = 2:3$ અને $b:c = 5:7$ તો $a:c$ તથા $a:b:c$ શોધો.
5. જો $4a = 5b$ તથા $8b = 9c$ તો $a:b:c$ શોધો.
6. $\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12}$ તો $a:b:c$ શોધો.
7. જો $(5x + 3y) : (5x - 3y) = 3:1$ તો $x : y$ શોધો.
8. $x : y = 5 : 3$ તથા $8x - 5y : 8x + 5y$ શોધો.
9. જો $4x^2 - 3y^2 : 2x^2 + 5y^2 = 12 : 19$ તો $x : y$ શોધો.
10. 4, 5, 12 નું ચોથુ પ્રમાણપદ શોધો.
11. એક મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનું પ્રમાણ 4 : 3 છે. 7 લીટર દૂધ ઉમેરતા નવું પ્રમાણ 3 : 4 થાય છે તો દૂધનું પ્રમાણ કેટલા લીટર હશે?
12. એક બેગમાં 50 રૂ., 10 રૂ અને 5 રૂ.ની નોટનું પ્રમાણ 3:4:5ના પ્રમાણમાં છે. જો બેગમાં કુલ રૂ.1290 હોય તો 5 રૂ.ની નોટની સંખ્યા કેટલી હશે?

13. સ્કૂટર અને મોપેડની કિંમતોનો ગુણોત્તર 7:4 છે. જો મોપેડની કિંમત સ્કૂટરની કિંમત કરતા રૂ.3600 ઓછી હોય તો સ્કૂટરની કિંમત કેટલા રૂપીયા હશે?

14. 5 કેરી અને 4 સંતરાની કિંમત તે 3 કેરી અને 7 સંતરાની કિંમત બરાબર થાય તો કેરીની કિંમત અને સંતરાની કિંમતનો ગુણોત્તર શોધો.

15. જો $A:B=\frac{1}{2}:\frac{3}{8}$, $B:C=\frac{1}{3}:\frac{5}{9}$ અને $C:D=\frac{5}{6}:\frac{3}{4}$ તો $A:B:C:D$ શોધો.

જવાબો

1. ધારો કે પહેલી સંખ્યા $= 5x$

બીજી સંખ્યા $= 11x$

$11x - 5x = 30$

$6x = 30$

$x = 5$

$\therefore$ પહેલી સંખ્યા $= 5x = 5 \times 5 = 25$

બીજી સંખ્યા $= 11x = 11 \times 5 = 55$

2. ગુ.મ $= \sqrt{7 \times 28}$

$= \sqrt{196}$

$= 14$

3. પહેલી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર $= 1:4 = 4:16$

બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર $= 9:16$

$\therefore$ પહેલી, બીજી અને ત્રીજી સંખ્યાનો ગુણોત્તર $= 4:9:16$

$\therefore 4x + 9x + 16x = 116$

$29x = 116$

$x = 4$

$\therefore$ બીજી સંખ્યા $= 9x = 9(4) = 36$

4. $a:b = 2:3$, $b:c = 5:7$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5}$ $\therefore \frac{b}{c} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{3}$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{10}{15}$ $\therefore \frac{b}{c} = \frac{15}{21}$

$\therefore a:b:c = 10:15:21$

$\therefore a:c = 10:21$

$4a = 5b$, $8b = 9c$

$32a = 40b$, $40b = 45c$

$32a = 40b = 45c$

$\therefore a:b:c = 45:40:32$

$\frac{a}{8} = \frac{b}{9} = \frac{c}{12} = k$ ધારતા

$a = 8k,\ b = 9k,\ c = 12k$

$\therefore a:b:c = 8:9:12$

. $\frac{5x+3y}{5x-3y} = \frac{3}{1}$

$5x+3y = 15x-9y$

$5x-15x = -9y-3y$

$-10x = -12y$

$\frac{x}{y} = \frac{12}{10}$

$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$

$\therefore x:y = 6:5$

8. $x:y = 5:3$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$

$\frac{8x}{5y} = \frac{40}{15}$ (અંશને 8 વડે અને છેદને 5 વડે ગુણતા)

$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{40+15}{40-15}$

$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{55}{25}$

$\frac{8x+5y}{8x-5y} = \frac{11}{5}$

$\frac{8x-5y}{8x+5y} = \frac{5}{11}$

9. $\frac{4x^2-3y^2}{2x^2+5y^2} = \frac{12}{19}$

$76x^2-57y^2 = 24x^2+60y^2$

$$76x^2 - 24x^2 = 57y^2 + 60y^2$$

$$52x^2 = 117y^2$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{117}{52}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

$$x : y = 3 : 2$$

10. $\frac{4}{5} = \frac{12}{x}$

$x = \frac{12 \times 5}{4}$

$x = 15$

11. ધારો કે દૂધ $= 4x$ લીટર

પાણી $= 3x$ લીટર

$\frac{4x+7}{3x} = \frac{3}{4}$

$16x + 28 = 9x$

$7x = 28$

$x = 4$

$\therefore$ દૂધ $= 4x = 16$ લીટર

12. ધારો કે 50 રૂ.ની નોટની સંખ્યા $= 3x$, 10 રૂ.ની નોટની સંખ્યા $= 4x$ અને 5 રૂ.ની નોટની સંખ્યા $= 5x$

$150x + 40x + 25x = 1290$

$215x = 1290$

$x = 6$

$\therefore$ 5ની નોટ $5x = 5(6) = 30$ હશે.

13. ધારોકે કે સ્કૂટરની કિંમત $= 7x$ રૂ.

મોપેડની કિંમત $= 4x$ રૂ.

$7x - 4x = 3600$

$3x = 3600$

$x = 1200$

સ્કૂટરની કિંમત $= 7x = 7(1200)$

$= 8400$ રૂ.

14. 5 કેરી અને 4 સંતરાની કિંમત = 3 કેરી અને 7 સંતરાની કિંમત

(5 - 3) કેરીની કિંમત = (7 - 4) સંતરાની કિંમત

2 કેરી ની કિંમત = 3 સંતરાની કિંમત

$$\frac{\text{કેરીની કિંમત}}{\text{સંતરાની કિંમત}} = \frac{3}{2}$$

15.

$$\frac{A}{B} = \frac{1/2}{3/8} = \frac{4}{3} = 4:3$$

$$\frac{B}{C} = \frac{1/3}{5/9} = \frac{3}{5} = 3:5$$

$$\frac{C}{D} = \frac{5/6}{3/4} = \frac{10}{9} = 5:\frac{9}{2}$$

$$\therefore A:B:C:D = 4:3:5:\frac{9}{2}$$

કામ અને મહેનતાણું

1. 12 માણસો જે સમયમાં 111 રમકડાં બનાવે છે તેટલા જ સમયમાં 148 રમકડાં બનાવવા માટે કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

આ દાખલો સમપ્રમાણનો છે એટલે કે માણસોની સંખ્યા વધારે હોય તો બનતા રમકડાંની સંખ્યા વધે છે.

111 રમકડાં બનાવવા માટે જરૂરી માણસો = 12

∴ 148 રમકડાં બનાવવા માટે જરૂરી માણસો = ?

$$\frac{12 \times 148}{111} = 16$$

∴ 16 માણસોની જરૂર પડશે.

2. 15 માણસો એક ખેતર 28 દિવસમાં ખેડી શકે તો 5 માણસોને તે ખેતર ખેડતા કેટલા દિવસ લાગશે?

જો માણસોની સંખ્યા ઘટે તો ખેતર ખેડતા લાગતા દિવસ વધે છે તેથી તે **વ્યસ્ત પ્રમાણ**નો દાખલો કહેવાય.

15 માણસોને ખેતર ખેડતા લાગતો સમય = 28

∴ 5 માણસોને ખેતર ખેડતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{28 \times 15}{5} = 84$$

∴ 5 માણસોને ખેતર ખેડતા 84 દિવસ લાગે.

3. એક પુલ બનાવવા માટે 150 મજૂરોને 45 દિવસ કામ કરવું પડે છે. 10 દિવસ પછી 25 મજૂરો પોતાના વતન ચાલ્યા જતાં બાકીના મજૂરોને તે પૂલ પૂરો કરતા કેટલા દિવસ લાગે?

150 મજૂરોને એક પૂલ પૂરો કરતા લાગતો સમય = 45 દિવસ

10 દિવસ પછી 150 મજૂરોને લાગતો સમય = 35 દિવસ

∴ 125 મજૂરોને પૂલ પૂરો કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{150 \times 35}{125} = 42 \text{ દિવસ}$$

મજૂરોની સંખ્યા ઘટતા પુલ પૂરો કરવા લાગતા દિવસોની સંખ્યા વધે છે. તેથી વ્યસ્ત પ્રમાણ છે.

4. 9 માણસો 90 હેક્ટર 30 દિવસમાં ખેડી શકે છે તો 35 માણસો 42 દિવસમાં કેટલા હેક્ટર ખેડી શકે?

માણસો	દિવસ	હેક્ટર
9	30	90
35	42	?

$$\frac{90 \times 35 \times 42}{9 \times 30} = 490 \text{ હેક્ટર}$$

5. 30 માણસો એક કામ 27 દિવસમાં પૂરું કરે તો તે કામ 18 માણસો તેનાથી ત્રણ ગણુ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

માણસો વધવાથી કામ ઓછા દિવસમાં પૂરું થાય છે તેથી તે વ્યસ્ત પ્રમાણનો દાખલો છે.

30 માણસોને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 27

∴ 18 માણસોને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{30 \times 27}{18} = 45$$

∴ 18 માણસો તેટલું જ કામ 45 દિવસમાં પૂરું કરી શકે

∴ તેનાથી ત્રણ ગણુ કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 45 x 3 = 135 દિવસ

6. 12 માણસો એક કામ 6 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. જો તે કામ 4 દિવસમાં પૂરું કરવું હોય તો કેટલા માણસોની જરૂર પડે?

6 દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો = 12

∴ 4 દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો = ?

$$\frac{12 \times 6}{4} = 18$$

∴ 4 દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો = 18

7. 5 પુરુષો અથવા 9 સ્ત્રીઓને એક કામ પૂરું કરતા 44 દિવસ લાગે છે તો તે કામ 15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

5 પુરુષોનું કામ = 9 સ્ત્રીઓનું કામ

∴ 1 પુરુષનું કામ = $9/5$ સ્ત્રીઓનું કામ

∴ 15 પુરુષોનું કામ = $\frac{9}{5} \times 15$ = 27 સ્ત્રીઓનું કામ

15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં કરી શકે તે શોધવા માટે 15 પુરુષો એટલે 27 સ્ત્રીઓ થઈ. તેથી 27 સ્ત્રીઓ અને 6 સ્ત્રીઓ એમ કુલ 33 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરે તે શોધીએ તો 15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે તે શોધી શકાય.

9 સ્ત્રીઓને કામ કરતા લાગતા દિવસ = 44

∴ 33 સ્ત્રીઓને કામ કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{9 \times 44}{33} = 12$$

∴ 15 પુરુષો અને 6 સ્ત્રીઓને તે કામ કરતા 12 દિવસ લાગે

Short cut A પુરૂષો અથવા B સ્ત્રીઓને એક કામ કરતા D દિવસ લાગે તો A1 પુરૂષો અને B1 સ્ત્રીઓને

કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસો $= \dfrac{D}{\dfrac{A1}{A} + \dfrac{B1}{B}}$

$= \dfrac{44}{\dfrac{15}{5} + \dfrac{6}{9}}$

$= \dfrac{44}{3 + \dfrac{2}{3}}$

$= \dfrac{44}{\dfrac{9+2}{3}}$

$= \dfrac{44 \times 3}{11}$

$= 12$

8. 16 માણસો એક કામ 12 દિવસમાં પૂરુ કરે છે. 4 દિવસ પછી નવા માણસો આવી ગયા અને બાકીનું કામ 4 દિવસમાં પૂરુ થાય તો કેટલા નવા માણસો આવ્યા હશે ?

16 માણસોને 1 કામ કરતા લાગતા દિવસ $= 12$

16 માણસોનું 1 દિવસનું કામ $= \dfrac{1}{12}$

4 દિવસમાં થતું કામ $= \dfrac{1}{12} \times 4 = \dfrac{1}{3}$

બાકીનું કામ $= 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

1/3 ભાગનું કામ 4 દિવસમાં પૂરુ કરવા માટે જરૂરી માણસો $= 16$

2/3 ભાગનું કામ 4 દિવસમાં પૂરુ કરવા માટે જરૂરી માણસો $= ?$

$\dfrac{16 \times 2 \times 3}{3} = 32$

$\therefore$ નવા આવેલ માણસો $= 32 - 16 = 16$

Short cut A માણસો એક કામ a દિવસમાં પૂરું કરે છે. n દિવસ પછી B માણસો જોડાય તો બાકીનું કામ પૂરું કરતા D દિવસ લાગે

$\therefore D = \dfrac{A(a-n)}{A+B}$

$4 = \dfrac{16(12-4)}{16+B}$

$\therefore B = 16$

. 8 પુરુષો એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જ્યારે 10 બાળકો તે જ કામ 16 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે તો 10 પુરુષો અને 12 બાળકોને તે જ કામ પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે?

8 પુરુષોને એક કામ કરતા લાગતો સમય = 10 દિવસ

$\therefore$ 1 પુરુષને તે કામ કરતા લાગતો સમય = 80 દિવસ

1 પુરુષને એક દિવસમાં થતું કામ = $\frac{1}{80}$

10 પુરુષનું એક દિવસનું થતું કામ = $\frac{1}{80} \times 10 = \frac{1}{8}$

10 બાળકોને એક કામ કરતા લાગતો સમય = 16 દિવસ

$\therefore$ 1 બાળકને એક કામ કરતા લાગતો સમય = 160 દિવસ

1 બાળકનું 1 દિવસમાં થતું કામ = $\frac{1}{160}$

12 બાળકોનું 1 દિવસનું કામ = $\frac{1}{160} \times 12 = \frac{3}{40}$

10 પુરુષો અને 12 બાળકોનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{8} + \frac{3}{40}$

$= \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

1/5 કામ કરતા લાગતા દિવસ = 1

$\therefore$ 1 કામ કરતા લાગતા દિવસ = ?

$\frac{1 \times 1}{1/5}$ = 5 દિવસ

10. રમેશ એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરે છે. જ્યારે મહેશ તે જ કામ 15 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો બન્ને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

રમેશને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 10

$\therefore$ તેનું એક દિવસનું કામ = 1/10

મહેશને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ = 15

$\therefore$ તેનું એક દિવસનું કામ = 1/15

બન્નેનું એક દિવસનું કામ = 1/10 + 1/15

$= \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30}$

= 1/6

$^1/_6$ કામ કરતા લાગતા દિવસ = 1

∴ 1 કામ કરતા લાગતા દિવસ = ?

$$\frac{1 \times 1}{^1/_6} = 6$$

∴ બન્નેને તે કામ પૂરું કરતા 6 દિવસ લાગે

Short cut

રમેશ એક કામ x દિવસમાં અને મહેશ તે કામ y દિવસમાં પૂરું કરે તો બંનેને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો

$$\text{સમય} = \frac{xy}{x+y}$$

$$= \frac{10 \times 15}{10+15}$$

$$= \frac{150}{25}$$

= 6 દિવસ

11. A અને B ને બન્નેને સાથે એક કામ પૂરું કરતા 12 દિવસ લાગે છે. જો A એકલો તે કામ 20 દિવસમાં પૂરું કરી શકે તો B ને તે કામ પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે?

A અને B ને એક કામ કરતા લાગતો સમય = 12 દિવસ

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $^1/_{12}$

A ને એક કામ કરતા લાગતો સમય = 20 દિવસ

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $^1/_{20}$

∴ B નું એક દિવસનું કામ = (A + B)નું એક દિવસનું કામ - Aનું એક દિવસનું કામ

$$= \frac{1}{12} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{5-3}{60} = \frac{2}{60}$$

$$= \frac{1}{30}$$

∴ $^1/_{30}$ ભાગનું કામ કરતા B ને લાગતો સમય = 1 દિવસ

∴ 1 કામ કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{^1/_{30}} = 30 \text{ દિવસ}$$

Short cut

જો A ને એક કામ કરતા x દિવસ અને A અને B ને સાથે કામ કરતા y દિવસ લાગે તો B ને તે કામ કરતા લાગતા દિવસ

$$= \frac{xy}{x-y}$$

$$= \frac{20 \times 12}{20-12}$$

$$= \frac{240}{8}$$

$$= 30$$

12. A,B અને C એક કામ અનુક્રમે 12 દિવસ, 15 દિવસ અને 20 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો ત્રણેયને તે કામ સાથે પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે?

A ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 12 દિવસ

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $1/12$

B ને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 15 દિવસ

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $1/15$

C ને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 20 દિવસ

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $1/20$

∴ ત્રણેયનું એક દિવસનું કામ = $1/12 + 1/15 + 1/20$

$$= \frac{5+4+3}{60}$$

$$= 12/60$$

$$= 1/5$$

$1/5$ ભાગનું કામ કરતા લાગતા દિવસ = 1

∴ 1 કામ પુરુ કરતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{1/5} = 5 \text{ દિવસ}$$

Short cut જો A,B અને C અનુક્રમે x, y અને z દિવસોમાં કામ પૂરું કરી શકે તો

ત્રણેયને સાથે કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ = $\frac{xyz}{xy+yz+zx}$

$$= \frac{12 \times 15 \times 20}{(12)(15)+(15)(20)+(20)(12)}$$

$$= 5$$

13. A અને B ને એક કામ કરતા 12 દિવસ, B અને C ને તે કામ કરતા 15 દિવસ અને C અને A ને તેજ કામ કરતા 20 દિવસ લાગે તો દરેકને અલગ અલગ તે કામ પૂરું કરતા કેટલો સમય લાગશે ?

Short cut 2 (A + B + C) ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $= \frac{12 \times 15 \times 20}{(12)(15) + (15)(20) + (20)(12)}$

$= 5$

∴ (A + B + C) ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $= 5 \times 2 = 10$ દિવસ

હવે A અને B ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 12 દિવસ

A, B અને C ને તે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 10 દિવસ

∴ C ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $= \frac{12 \times 10}{12 - 10}$

$= \frac{120}{2}$

= 60 દિવસ

તે જ રીતે

B અને C ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 15 દિવસ

C ને તે જ કામ માટે લાગતો સમય = 60 દિવસ

∴ B ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $= \frac{60 \times 15}{60 - 15}$

= 20 દિવસ

તે જ રીતે

A અને B ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય = 12 દિવસ

B ને તે કામ માટે લાગતો સમય = 20 દિવસ

∴ A ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $= \frac{20 \times 12}{20 - 12}$

$= \frac{240}{8}$

= 30 દિવસ

14. A એ B કરતા બમણી ઝડપે કામ પૂરું કરી શકે છે. જો બન્ને સાથે એક કામ 14 દિવસમાં પૂરું કરી શકે તો A ને તે કામ પૂરું કરતા કેટલા દિવસ લાગશે ?

A એ B કરતા બમણી ઝડપે કામ પૂરું કરી શકે છે.

ધારોકે A ને કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ $= x$

$\therefore$ B ને કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ $= 2x$

$$\text{બન્નેને સાથે કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય} = \frac{2x \times x}{2x+x}$$

$$14 = \frac{2x^2}{3x}$$

$$42x = 2x^2$$

$$x = 21$$

$\therefore$ A ને કામ પૂરું કરતા લાગતો સમય $=$ 21 દિવસ

15. અમુક માણસો એક કામ 70 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જો 20 માણસો વધારે હોય તો તે કામ 10 દિવસ વહેલુ પૂરું થાય તો તે કામમાં કેટલા માણસો હશે?

ધારો કે x માણસો તે કામ 70 દિવસમાં પુરુ કરી શકે છે.

$\therefore$ x માણસોનું એક દિવસનું કામ $= 1/70$ થાય.

20 માણસો વધારે હોવાથી તે કામ 10 દિવસ વહેલું પૂરું થાય છે. એટલે કે $(x+20)$ માણસો તે કામ (70-10) = 60 દિવસમાં પૂરું કરે છે.

$(x+20)$ માણસોનું 1 દિવસનું કામ $= 1/60$

$\therefore$ 20 માણસોનું એક દિવસનું કામ $=$ $(x+20)$ માણસોનું એક દિવસનું કામ $-$ x માણસોનું એક દિવસનું કામ

$$= 1/60 - 1/70$$

$$= \frac{7-6}{420} = \frac{1}{420}$$

$\therefore$ 20 માણસોનું એક દિવસનું કામ $= 1/420$

$\therefore$ 20 માણસોને તે કામ કરતા લાગતો સમય $=$ 420 દિવસ

420 દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો $=$ 20

$\therefore$ 70 દિવસમાં કામ પૂરું કરવા માટે જરૂરી માણસો $=$?

$$\frac{20 \times 420}{70} = 120 \text{ (વ્યસ્ત પ્રમાણ)}$$

$\therefore$ 120 માણસો તે કામ 70 દિવસમાં પૂરું કરી શકે.

Short cut x માણસો 70 દિવસમાં અને $(x+20)$ માણસો 60 દિવસમાં કામ પૂરું કરી શકે છે.

$$\therefore 70x = 60(x+20)$$

$$70x = 60x + 1200$$

$$10x = 1200$$

$$x = 120$$

Short cut

$$x = \frac{\text{વધારાના માણસો x બીજા સમૂહ દ્વારા કામ પૂરું કરવા માટે લેવાયેલ દિવસ}}{\text{ઓછા થયેલ દિવસો}} = \frac{20x60}{10} = 120$$

16. 6 પુરુષો અને 8 સ્ત્રી એક કામ 10 દિવસમાં પૂરું કરે છે. જ્યારે 26 પુરુષો અને 48 સ્ત્રીઓ તે કામ 2 દિવસમાં પૂરું કરે છે તો 15 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરું કરી શકે?

ધારોકે 1 પુરુષનું 1 દિવસનું કામ x હોય અને

1 સ્ત્રીનું 1 દિવસનું કામ y હોય તો

$6x + 8y = \frac{1}{10}$ ....(1) અને $26x + 48y = \frac{1}{2}$ ....(2)

સમી. 1 ને 6 વડે ગુણી સમી. 2માંથી બાદ કરતાં

$$10x = \frac{6}{10} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

$x = \frac{1}{100}$ ની કિંમત સમી. 1 માં મૂકતાં.

$$\frac{6}{100} + 8y = \frac{1}{10}$$

$$\therefore\ 8y = \frac{1}{10} - \frac{6}{100}$$

$$\therefore\ 8y = \frac{4}{100}$$

$$\therefore\ y = \frac{1}{200}$$

15 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓનું એક દિવસનું કામ $= 15\left(\frac{1}{100}\right) + 20\left(\frac{1}{200}\right)$

$$= \frac{3}{20} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{3+2}{20}$$

$$= \frac{5}{20}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$\therefore$ 15 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓને એક કામ પુરુ કરતા 4 દિવસ લાગે.

17. 6 વ્યક્તિઓ 8 કલાક કામ કરીને 1680 રૂ. કમાણી કરે છે તો 9 વ્યક્તિઓ 6 કલાક કામ કરીને કેટલા રૂપીયા મેળવે?

6 વ્યક્તિઓએ 8 કલાક કામ કરીને કરેલ કમાણી = 1680 રૂ.

9 વ્યક્તિઓએ 6 કલાક કામ કરીને કરેલ કમાણી = ?

$$\frac{1680 \times 9 \times 6}{6 \times 8} = 1890 \text{ રૂ.}$$

18. A એક કામ 4 દિવસમાં, B તે કામ 6 દિવસમાં અને C તે કામ 8 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. જો ત્રણેય સાથે તે કામ પૂરુ કરે અને તેનું મહેનતાણું 5200 રૂ. મળે તો A ને ભાગે શું આવે?

ત્રણેયને સાથે કામ પૂરુ કરતા લાગતો સમય $= \frac{xyz}{xy+yz+zx}$

$= \frac{4 \times 6 \times 8}{24+48+32}$

$= \frac{192}{104}$

$= \frac{24}{13}$

A ને મળતું મહેનતાણું $= \frac{24/13}{4} \times 5200$

$= \frac{24}{13 \times 4} \times 5200$

$= 2400$ રૂ.

19. A એક કામ 10 દિવસમાં, B તે જ કામ 15 દિવસમાં અને C તેજ કામ 20 દિવસમાં પુરુ કરે છે. જો ત્રણેય સાથે કામ શરૂ કરે છે અને કામ પૂરુ થયાને એક દિવસ પહેલા C કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે તો કામ પૂરુ થતા કેટલા દિવસ લાગશે?

A એક કામ x દિવસમાં, B તે કામ y દિવસમાં અને C તે કામ z દિવસમાં પૂરુ કરે છે. જો ત્રણેય સાથે કામ શરૂ કર્યા પછી C તે n દિવસ પહેલા કામ છોડી ચાલ્યો જાય તો

કામ પૂરુ થવા માટે લાગતો સમય $= \frac{(z+n) \times x \times y}{(xy)+(yz)+(zx)}$

$= \frac{(20+1) \times 10 \times 15}{(10)(15)+(15)(20)+(20)(10)}$

$= \frac{21 \times 10 \times 15}{150+300+200}$

$= \frac{63}{13}$

$= 4\frac{11}{13}$ દિવસ

20. 50 મજુરોએ 40 દિવસમાં અડધુ કામ પૂરુ કર્યા બાદ તે કામ 60 દિવસમાં પૂરુ કરવું હોય તો બાકીના દિવસોમાં કેટલા વધારે મજૂરોની જરૂર પડે?

કામ બાકી $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

દિવસો બાકી $= 60 - 40 = 20$

40 દિવસમાં અડધુ કામ પૂરુ કરવા માટે જરૂરી મજૂરો $= 50$

20 દિવસમાં અડધુ કામ પૂરુ કરવા જરૂરી મજૂરો $= ?$

$$\frac{50 \times 40}{20} = 100$$

વધારે જરૂરી મજૂરો $= 100 - 50 = 50$

Short cut

$$\frac{A \times D}{W} = \frac{A1 \times D1}{W1}$$

$$\frac{50 \times 40}{1/2} = \frac{A1 \times 20}{1/2}$$

$A1 = 100$

વધારે જરૂરી મજૂરો $= 100 - 50 = 50$

જ્યાં $A = 50$

$D = 40$

$W = 1/2$

$A1$ = મજુરોની સંખ્યા

$D1$ = બાકી દિવસો

$W1$ = બાકી કામ

પ્રેક્ટિસ

1. A ને એક કામ કરતા 20 દિવસ લાગે છે. જ્યારે B તે જ કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો બન્ને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
2. A એક કામ10 દિવસમાં, B તે જ કામ 30 દિવસમાં અને C તે જ કામ15 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો ત્રણેય સાથે તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
3. 24 માણસો એક કામ 48 દિવસોમાં પૂરુ કરી શકે છે તો 36 માણસો તે જ કામ કેટલા દિવસોમાં પૂરુ કરી શકે?
4. 1 પુરુષ અથવા 2 સ્ત્રી એક કામ 40 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે તો 3 પુરુષો અને 4 સ્ત્રીઓ તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
5. A એક કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. A અને B તે જ કામ 5 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે તો B એકલો તે જ કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
6. રમેશને એક કામ કરતા 24 દિવસ લાગે છે. જો મહેશની ઝડપ રમેશની ઝડપ કરતા બમણી હોય તો બન્ને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?
7. A અને B એક કામ 10 દિવસમાં પૂરુ કરે છે. B અને C તે જ કામ 15 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તથા C અને A તે જ કામ 20 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો C તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?

8. A, B, C, અને D એક કામ10 દિવસમાં, 15 દિવસમાં, 30 દિવસમાં અને 20 દિવસમાં પૂરુ કરે છે તો ચારેય ભેગા થઇ તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?

9. 12 માણસોને એક કામ કરતા 9 દિવસ લાગે છે. 6 દિવસ કામ કર્યા પછી બીજા 6 માણસો જોડાય છે તો બાકીનું કામ કેટલા દિવસમા પૂરુ કરી શકે?

10. એક કામ અમુક કર્મચારીઓએ 30 દિવસે પૂરુ કર્યું. જો 5 કર્મચારી વધારે હોય તો તે જ કામ10 દિવસ વહેલું પૂરુ થાય તો કુલ કેટલા કર્મચારીઓએ કામ પૂરુ કર્યું હશે?

11. A એક કામ 80 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. 10 દિવસ કામ કર્યા પછી બાકીનું કામ B તે 42 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે તો બન્ને સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પુરુ કરી શકે?

12. રમેશ અને મહેશ બન્ને એક કામ 6 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. પહેલા રમેશ 4 દિવસ કામ કરી ચાલ્યો જાય અને બાકીનું કામ પૂરુ કરતા મહેશને 9 દિવસ લાગે તો રમેશ એકલો તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?

13. સુરેશ તેની નોકરીના હાજર દિવસોના રૂ.50 અને ગેરહાજર દિવસોના રૂ.5 દંડ થાય છે. જો 30 દિવસના તેને રૂ.950 મળે તો તેના ગેરહાજર દિવસો કેટલા?

14. A એક કામ B કરતા બમણી ઝડપે કરે છે અને C કરતા ત્રણ ગણી ઝડપે કામ કરે છે. જો C તે કામ 24 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે તો ત્રણેય તે કામ કેટલા દિવસમાં પૂરુ કરી શકે?

15. A એક કામ 45 દિવસમાં અને B તે જ કામ 40 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે. અમુક દિવસ સાથે કામ કર્યા બાદ A તે કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે તો બાકીનું કામ પૂરુ કરતા B ને 23 દિવસ લાગે તો A કેટલા દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો ગયો હશે?

જવાબો

1. દિવસો $= \frac{xy}{x+y}$

$= \frac{20 \times 30}{20+30}$

$= \frac{600}{50} = 12$

2. દિવસો $= \frac{xyz}{xy+yz+zx}$

$= \frac{10 \times 30 \times 15}{(10)(30)+(30)(15)+(15)(10)}$

$= \frac{10 \times 30 \times 15}{300+450+150}$

$= \frac{10 \times 30 \times 15}{900} = 5$

3. 24 માણસોને એક કામ કરતા લાગતા દિવસો = 48

36 માણસોને તે કામ કરતા લાગતા દિવસો = ?

$$\frac{48 \times 24}{36} = 32 \text{ દિવસ}$$

4. સમય $= \dfrac{D}{\frac{A1}{A} + \frac{B1}{B}}$

$= \dfrac{40}{3/1 + 4/2}$

$= \dfrac{40}{5}$

= 8 દિવસ

5. B ને કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ $= \dfrac{xy}{x - y}$

$= \dfrac{30 \times 5}{30 - 5}$

$= \dfrac{150}{25}$ = 6 દિવસ

6. રમેશને એક કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ = 24

મહેશને તે કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ = 12

બન્નેને સાથે તે કામ પૂરુ કરતા લાગતો સમય $= \dfrac{xy}{x + y}$

$= \dfrac{12 \times 24}{36}$

= 8 દિવસ

7. (A+B) એક કામ 10 દિવસમાં પૂરુ કરી શકે છે.

∴ (A+B)નું એક દિવસનું કામ = 1/10

તેજ રીતે (B+C) નું એક દિવસનું કામ = 1/15

તેજ રીતે (C+A) નું એક દિવસનું કામ = 1/20

∴ 2(A+B+C) = 1/10 + 1/15 + 1/20

$= \dfrac{6+4+3}{60}$

$= 13/60$

$\therefore \quad A+B+C = 13/120$

(A + B + C)નું એક દિવસનું કામ - (A + B)નું એક દિવસનું કામ = Cનું એક દિવસનું કામ

$\frac{13}{120} - \frac{1}{10} =$ Cનું એક દિવસનું કામ

$\frac{13 - 12}{120} =$ Cનું એક દિવસનું કામ

$\frac{1}{120} =$ Cનું એક દિવસનું કામ

$\therefore$ Cને તે કામ કરતા 120 દિવસ લાગે.

8. Aનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{10}$

Bનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{15}$

Cનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{30}$

Dનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{20}$

ચારેયનું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{30}+\frac{1}{20}$

$= \frac{6+4+2+3}{60}$

$= \frac{15}{60}$

$= \frac{1}{4}$

$\therefore$ 4 માણસોને તે કામ કરતા લાગતા દિવસો = 4

9. 12 માણસોને એક કામ કરતા લાગતા દિવસો = 9

$\therefore$ તેનુ 1 દિવસનું કામ $= \frac{1}{9}$

$\therefore$ 6 દિવસનું કામ $= \frac{1}{9} \times 6 = \frac{2}{3}$

બાકી રહેતું કામ $= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

માણસો	કામ	દિવસો
12	1	9
18	$1/3$	?

$\therefore 18 \times 1 : 12 \times 1/3 :: 9 : x$

$x = 2$ દિવસ

10. ધારોકે x કર્મચારીઓએ કામ પૂરુ કર્યું હશે.

$x \times 30 = (x+5)(30-10)$

$30x = 20x + 100$

$10x = 100$

$x = 10$

$\therefore$ 10 કર્મચારીઓએ તે કામ 30 દિવસમાં પૂરુ કર્યુ હશે.

11. A નું એક દિવસનું કામ $= \frac{1}{80}$

A નું 10 દિવસનું કામ $= \frac{1}{80} \times 10 = \frac{1}{8}$

બાકી રહેતું કામ $= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$7/8$ ભાગનું કામ કરતા B ને લાગતા દિવસ $= 42$

$\therefore$ 1 ભાગનું કામ કરતા B ને લાગતા દિવસ = ?

$\frac{42 \times 1 \times 8}{7} = 48$

બન્નેને સાથે તે કામ પૂરુ કરતા લાગતા દિવસ $= \frac{48 \times 80}{128} = 30$ દિવસ

12. ધારોકે રમેશને એક કામ પૂરુ કરતા x દિવસ લાગે છે.

તેનું 1 દિવસનું કામ $= \frac{1}{x}$

$\therefore$ તેનું 4 દિવસનું કામ $= \frac{4}{x}$

$\therefore$ મહેશનું 1 દિવસનું કામ $= \frac{1}{6} - \frac{1}{x}$

$= \frac{x-6}{6x}$

મહેશને બાકીનું કામ પૂરુ કરતા 9 દિવસ લાગે છે.

$$\frac{4}{x} + \frac{9(x-6)}{6x} = 1$$

$$\frac{24 + 9x - 54}{6x} = 1$$

$$9x - 30 = 6x$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

13. . ધારોકે ગેરહાજર દિવસો $= x$

હાજર દિવસો $= (30 - x)$

$$(30 - x)\,50 - 5x = 950$$

$$1500 - 50x - 5x = 950$$

$$-55x = -550$$

$$x = 10$$

$\therefore$ 10 દિવસ ગેરહાજર હશે.

14. C ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ $= 24$

$\therefore$ A ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ $= 8$

B ને એક કામ કરતા લાગતા દિવસ $= 16$

ત્રણેયને સાથે કામકરતા લાગતા દિવસ $= \dfrac{xyz}{(xy) + (yz) + (zx)}$

$$= \frac{(24)(8)(16)}{(24)(8) + (8)(16) + (16)(24)} = 5\frac{17}{35}$$

15. ધારો કે A તે x દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો જાય છે.

$\therefore$ B એ કરેલા કામનાદિવસો $= (x + 23)$ દિવસ

$$\therefore \frac{x}{45} + \frac{x+23}{40} = 1$$

$$\frac{8x + 9x + 207}{360} = 1$$

$$17x = 153$$

$$\therefore \quad x = 9$$

$\therefore$ A એ 9 દિવસ પછી કામ છોડી ચાલ્યો ગયો હશે.

ભાગીદારી

1. રમેશ અને મહેશ અનુક્રમે રૂ.50,000 અને રૂ.30,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. વર્ષને અંતે રૂ.24,000 નફો થાય તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવશે ?

રમેશ અને મહેશના રોકાણનો ગુણોત્તર = 50,000 : 30,000

= 5:3

નફો રૂ.24,000 ને 5:3 ના ગુણોત્તરમાં વહેંચવાથી

રમેશને મળતો નફો = $\frac{5}{8} \times 24,000 = 15000$ રૂ.

મહેશને મળતો નફો = $\frac{3}{8} \times 24000 = 9000$ રૂ.

Short cut રમેશને મળતો નફો = $\frac{A_1 \times P}{A_1 + A_2}$, મહેશને મળતો નફો = $\frac{A_2 \times P}{A_1 + A_2}$

$= \frac{50,000 \times 24,000}{50,000 + 30,000}$

$= \frac{50,000 \times 24,000}{80,000}$

= 15,000 રૂ.

મહેશને મળતો નફો = $\frac{30,000 \times 24,000}{50,000 + 30,000}$

$= \frac{30,000 \times 24,000}{80,000}$

= 9,000 રૂ.

2. A, B અને C અનુક્રમે રૂ.27,000, રૂ.81,000 અને રૂ.72,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો મુડીના પ્રમાણમાં નફાની વહેંચણી કરવામાં આવતી હોય અને B ને ભાગે રૂ.36000 નફો આવે તો કુલ નફો કેટલો થયો હશે ?

A, B અને C ના રોકાણનો ગુણોત્તર = 27,000 : 81,000 : 72000

= 3 : 9 : 8

B ને મળતો નફો = $\frac{9}{20}$ x કુલ નફો

36,000 = $\frac{9}{20}$ x કુલ નફો

$$\frac{36,000 \times 20}{9} = \text{કુલ નફો}$$

કુલ નફો = 80,000 રૂ.

∴ કુલ નફો રૂ.80,000 થયો હશે.

3. A, B અને C અનુક્રમે 7 કલાક, 8 કલાક અને 11 કલાક કામ કરીને રૂ.5200 કમાય છે તો B ને ભાગે કેટલા રૂપીયા આવશે?

A, B અને C નું નફાનું પ્રમાણ = 7 : 8 : 11

B ને ભાગે મળતી રકમ = $\frac{8}{26} \times 5200$

= 1600 રૂ.

4. રમેશ, મહેશ અને સુરેશ કુલ રૂ.47,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. રમેશનું રોકાણ મહેશ કરતા રૂ.7000 વધારે છે. જ્યારે મહેશનું રોકાણ સુરેશ કરતા રૂ.5000 વધારે છે. જો કુલ નફો રૂ. 9400 થાય તો મહેશને ભાગે કેટલો નફો આવે?

ધારો કે સુરેશનું રોકાણ = x રૂ.

મહેશનું રોકાણ = $(x+5000)$ રૂ.

રમેશનું રોકાણ = $(x+5000+7000)$ રૂ.

= $(x+12,000)$ રૂ.

કુલ રોકાણ = $x+x+5000+x+12,000$

47,000 = $3x+17000$

30,000 = $3x$

10,000 = x

∴ સુરેશનું રોકાણ = 10,000 રૂ.

મહેશનું રોકાણ = 15,000 રૂ.

રમેશનું રોકાણ = 22,000 રૂ.

ત્રણેયના રોકાણનો ગુણોત્તર = 22,000 : 15,000 : 10,000

= 22 : 15 : 10

મહેશને ભાગે મળતો નફો = $\frac{15 \times 9400}{47}$

= 3000 રૂ.

5. A અને B એક ભાગીદારીમાં વેપાર કરીને અનુક્રમે રૂ.360 અને રૂ.450 નફો મેળવે છે. જો A નું રોકાણ રૂ.8000 હોય તો B નું રોકાણ શોધો.

ધારોકે B નું રોકાણ $= x$ રૂ.

A અને B ના રોકાણ અને નફાનો ગુણોત્તર

$$8000 : x = 360 : 450$$

$$x \times 360 = 8000 \times 450$$

$$x = \frac{8000 \times 450}{360}$$

$$x = 10,000 \text{ રૂ.}$$

6. A,B અને C ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. A રૂ.1000નું રોકાણ 10 માસ માટે, B રૂ.1200નું રોકાણ 4 માસ માટે અને C રૂ.1400નું રોકાણ 8 માસ માટે કરે છે. જો વર્ષને અંતે રૂ.5850 નફો થાય તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવે?

Aનું 1 માસનું રોકાણ $= 1000 \times 10 = 10,000$ રૂ.

Bનું 1 માસનું રોકાણ $= 1200 \times 4 = 4800$ રૂ.

Cનું 1 માસનું રોકાણ $= 1400 \times 8 = 11,200$ રૂ.

ત્રણેયના રોકાણનો ગુણોત્તર $= 10,000 : 4800 : 11,200$ રૂ.

$= 25 : 12 : 28$

A ને મળતો નફો $= \frac{25}{65} \times 5850 = 2250$ રૂ.

B ને મળતો નફો $= \frac{12}{65} \times 5850 = 1080$ રૂ.

C ને મળતો નફો $= \frac{28}{65} \times 5850 = 2520$ રૂ.

7. A રૂ.4500 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. ત્યારબાદ થોડા સમય બાદ B રૂ.3000 રોકી જોડાય છે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 2:1 હોય તો B એ કેટલો સમય રોકાણ કર્યું હશે?

ધારોકે B એ x મહીના માટે રોકાણ કરેલ છે.

$\therefore$ તેનું 1 માસનું રોકાણ $= 3000x$

A એ 4500 રૂ. 12 માસ માટે રોકેલ છે.

$\therefore$ તેનું 1 માસનું રોકાણ $= 4500 \times 12$

$= 54000$

A અને B ના રોકાણ અને નફાનો ગુણોત્તર

$$54000 : 3000x = 2:1$$

$$54000 \times 1 = 3000x \times 2$$

$$\frac{54000}{3000 \times 2} = x$$

$$x = 9$$

∴ B એ 9 માસ સુધી રોકાણ કરેલ હશે.

Short cut $\frac{\text{A નું મુડી રોકાણ x Aનો રોકાણ સમય}}{\text{Bનું મુડીરોકાણ x Bનો રોકાણ સમય}} = \frac{\text{Aનો નફો}}{\text{Bનોનફો}}$

$$\frac{4500 \times 12}{3000 \times x} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{4500 \times 12}{3000 \times 2} = x$$

$$x = 9$$

8. A અને B અનુક્રમે 12:11 ના પ્રમાણમાં મુડીરોકાણ કરી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરેલ છે. જો વર્ષના અંતે નફાનો ગુણોત્તર 4:1 હોય અને Aનું રોકાણ 11 માસ માટેનું હોય તો B એ કેટલા માસ માટે રોકાણ કરેલ હશે?

Short cut

$\frac{\text{A નું મુડી રોકાણ x Aનો રોકાણ સમય}}{\text{Bનું મુડીરોકાણ x Bનો રોકાણ સમય}} = \frac{\text{Aનો નફો}}{\text{Bનોનફો}}$

$$\frac{12 \times 11}{11 \times x} = \frac{4}{1}$$

$$x = \frac{12 \times 11}{11 \times 4}$$

$$x = 3$$

9. A નું મુડીરોકાણ B કરતા બમણુ છે. B નું મુડીરોકાણ C કરતા ત્રણ ગણુ છે તો ત્રણેયના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર શોધો.

ધારોકે Cનું મુડીરોકાણ $= x$ રૂ.

Bનું મુડીરોકાણ $= 3x$ રૂ.

Aનું મુડીરોકાણ $= 6x$ રૂ.

∴ $A:B:C = 6x:3x:x$

∴ $A:B:C = 6:3:1$

10. કેતન અને કમલેશ 3:2ના પ્રમાણમાં મુડીરોકાણ કરી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. નફાના 5% ધર્માદાખર્ચ ખાતે ઉપયોગમાં લેવાનું નક્કી કરેલ છે. જો કેતનને ભાગે રૂ.855 નફો મળે તો કુલ નફો શોધો.

ધારોકે કુલ નફો = 100 રૂ.

∴ ધર્માદા ખર્ચ = 5 રૂ.

વહેચણી પાત્ર નફો = 95 રૂ.

કેતનને મળતો નફો $= \frac{3}{5} \times 95$

= 57 રૂ.

રૂ.57 કેતનને ભાગે નફો મળે તો કુલ નફો = 100 રૂ.

∴ રૂ. 855 કેતનને ભાગે નફો મળે તો કુલ નફો = ?

$$\frac{100 \times 855}{57} = 1500 \text{ રૂ.}$$

Short cut

$$\text{કુલ નફો} = \text{કેતનને મળતો નફો} \left(\frac{100}{100-R}\right)\left(\frac{\text{બન્નેના મુડી પ્રમાણનો સરવાળો}}{\text{કેતનનું મુડી પ્રમાણ}}\right)$$

$$= 855 \left(\frac{100}{100-5}\right)\left(\frac{3+2}{3}\right)$$

= 1500 રૂ.

11. A,B અને Cના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર $1/4 : 1/5 : 1/6$ છે. જો નફો રૂ. 4070 થયો હોય તો Bને ભાગે કેટલો નફો આવે ?

A,B અને Cના મુડીરોકાણનો ગુણોત્તર = $1/4 : 1/5 : 1/6$

4, 5 અને 6 નો લ.સા.અ. 60 હોવાથી

ત્રણેયનું પ્રમાણ $= \frac{60}{4} : \frac{60}{5} : \frac{60}{6}$

= 15 : 12 : 10

Bને મળતો નફો $= \frac{12}{37} \times 4070 = 1320$ રૂ.

12. A એક કામ 6 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જ્યારે B તે જ કામ 5 દિવસમાં પૂરું કરી શકે છે. જો બન્ને સાથે તે કામ પૂરું કરે અને તે કામના મહેનતાણાના રૂ.2200 મળે તો બન્ને ને ભાગે કેટલી રકમ આવશે ?

A ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ = 6

∴ તેનું એક દિવસનું કામ = $1/6$

B ને એક કામ પૂરું કરતા લાગતા દિવસ = 5

∴ તેનુ એક દિવસનું કામ = 1/5

બન્નેનો ગુણોત્તર = $\frac{1}{6} : \frac{1}{5}$

= 5:6

A ને મળતી રકમ = $\frac{5}{11} \times 2200 = 1000$ રૂ.

B ને મળતી રકમ = $\frac{6}{11} \times 2200 = 1200$ રૂ.

13. 3 પુરુષો અને 4 સ્ત્રી 7 દિવસ કામ કરી રૂ.756 કમાય છે જ્યારે 11 પુરુષો અને 13 સ્ત્રીઓ 8 દિવસ કામ કરી રૂ.3008 કમાય છે. તો 7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીઓ કેટલા દિવસમાં રૂ.2480 કમાય?

ધારોકે 1 પુરુષની 1 દિવસની કમાણી = x રૂ.

1 સ્ત્રીની 1 દિવસની કમાણી = y રૂ.

$(3x+4y)$ ને 7 દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી = 756 રૂ.

∴ $(3x+4y)$ ને 1 દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી = $\frac{756}{7} = 108$ રૂ.

$(11x+13y)$ ને 8 દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી = 3008 રૂ.

$(11x+13y)$ ને 1 દિવસ કામ કરતા થતી કમાણી = $\frac{3008}{8} = 376$ રૂ.

$3x+4y = 108 \rightarrow (1)$

$11x+13y = 376 \rightarrow (2)$

સમી 1 ને 11 વડે અને સમી 2 ને 3 વડે ગુણતા

$33x+44y = 1188$

$\underline{-33x \mp 39y = -1128}$

$5y = 60 \therefore y = 12$

y ની કિંમત સમી 1માં મુકતા $x = 20$

1 પુરુષની 1 દિવસની કમાણી = x = 20રૂ.

1 સ્ત્રીની 1 દિવસની કમાણી = y = 12 રૂ.

7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીઓની 1 દિવસની કમાણી = $(20 \times 7) + (12 \times 9)$

= 140 + 108

= 248 રૂ.

248 રૂ. કમાતા 7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીને લાગતો સમય = 1 દિવસ

∴ 2480 રૂ. કમાતા 7 પુરુષો અને 9 સ્ત્રીને લાગતો સમય = ?

$$\frac{2480 \times 1}{248} = 10 \text{ દિવસ}$$

∴ 7 પુરુષ અને 9 સ્ત્રીને 2480 કમાતા 10 દિવસ લાગે.

પ્રેક્ટિસ

1. રમેશ અને મહેશ અનુક્રમે 8000 અને 10,000 રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે તો વર્ષના અંતે નફો-નુકસાન ક્યા પ્રમાણમાં વહેચી શકાય?
2. A અને B અનુક્રમે 3900 અને 4200 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે રૂ.20250 નફો થાય તો B ને ભાગે કેટલો નફો આવે?
3. ગીતા અને સીતા અનુક્રમે 4000 રૂ. અને 6000 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે સીતાને રૂ.12000 નફો મળે તો ગીતાને કેટલો નફો મળે?
4. A, B અને C અનુક્રમે 5000 રૂ. 7000રૂ. અને 8000રૂ. રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે રૂ.16000 નફો થાય તો C ને ભાગે કેટલો નફો આવે?
5. મીતા રૂ.80,000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. ગીતા 3 મહીના પછી રૂ.50,000 રોકી જોડાય છે. જો વર્ષને અંતે રૂ.23500 નફો મળે તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો મળે?
6. A અને B અનુક્રમે 8000 અને 1000 રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. 6 મહિના પછી C રૂ.6000 રોકી વેપારમાં સામેલ થાય છે. જો ત્રણ વર્ષને અંતે રૂ.9660 નફો થાય તો દરેકને ભાગે કેટલો નફો આવે?
7. A, B અને C ને એક વેપારમાં રૂ.7200 નફો મળે છે. જો A નું રોકાણ રૂ. 8000 હોય અને A અને C ને અનુક્રમે રૂ.1920 અને રૂ.2880 નફો મળે તો B એ કરેલું રોકાણ શોધો.
8. A અને B એક વેપાર 5: 6ના પ્રમાણમાં મુડી રોકી ભાગીદારીમાં વેપાર શરૂ કરે છે. 5 મહિના પછી B પોતાની મુડી પાછી મેળવી લે છે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 2 : 3 હોય તો A એ કેટલો સમય મુડી વેપારમાં રોકી હશે?
9. A અને B પોતાની મુડી 5 : 6ના પ્રમાણમાં રોકી એક વેપાર શરૂ કરે છે. 8 મહીના પછી A પોતાની મુડી પાછી મેળવી લે છે. જો વર્ષને અંતે નફાનું પ્રમાણ 5 : 9 મળે તો B એ કેટલા માસ સુધી તેની મુડીનું રોકાણ કર્યું હશે?
10. A અને B અનુક્રમે 2500 રૂ. અને 7500 રૂ. રોકી વેપાર શરૂ કરે છે. A ને વહીવટ કરવાના નફામાંથી 15% મળે છે. જો કુલ નફો રૂ.52000 થાય તો B ને નફામાંથી કેટલો ભાગ મળે?
11. A એક વેપાર રૂ.3400 રોકી શરૂ કરે છે. B અને C અનુક્રમે 3 મહિના અને 6 મહિના પછી જોડાય છે. જો નફાનું પ્રમાણ 2:3:5ના પ્રમાણમાં વહેચવામાં આવે તો C એ કેટલા રૂપિયાનું રોકાણ વેપારમાં કર્યું હશે?

12. રીટા, ગીતા અને સીતા કુલ રૂ.14000 રોકી એક વેપાર શરૂ કરે છે. જો વર્ષને અંતે ત્રણેયને નફો અનુક્રમે રૂ. 3375,રૂ. 11250 અને રૂ. 6375 મળે તો રીટાનું મુડીરોકાણ શોધો.

જવાબો

1. રમેશ અને મહેશના રોકાણનો ગુણોત્તર $= 8000:10000$

$= 8:10$

$= 4:5$

નફા - નુકસાનનો ગુણોત્તર $= 4:5$

2. Bને મળતો નફો $= \dfrac{A_2 \times p}{A_1 + A_2}$

$= \dfrac{4200 \times 20250}{3900 + 4200}$

$= \dfrac{4200 \times 20250}{8100}$

$= 10,500$

3. ગીતા અને સીતાની મુડી અને નફાનો ગુણોત્તર

$4000:6000 = x:12000$

$4000 \times 12000 = 6000 \times x$

$\dfrac{4000 \times 12000}{6000} = x$

$8000 = x$

ગીતાને 8000 રૂ. નફો મળે.

4. A, B અને Cનું મુડીરોકાણનું પ્રમાણ $= 5000:7000:8000$

$= 5:7:8$

Cને મળતો નફો $= \dfrac{8}{20} \times 16000$

$= 6400$ રૂ.

$\therefore$ C ને રૂ.6400 નફો મળશે.

5. મીતાને મળતો નફો $= \dfrac{A_1 t_1 \times P}{A_1 t_1 + A_2 t_2}$

$= \dfrac{80000 \times 12 \times 23500}{(80000)(12) + (50000 \times 9)}$

$$= \frac{80000 \times 12 \times 23500}{960000 + 450000}$$

$$= \frac{80000 \times 12 \times 23500}{1410000}$$

$$= 16000$$

ગીતાને મળતો નફો = 23500 - 16000 = 7500

6. A પોતાનું રોકાણ 36 માસ માટે, B તેનું રોકાણ 36 માસ માટે જ્યારે C તેનું રોકાણ 30 માસ માટે કરે છે.

A નું 1 માસનું રોકાણ = 8000 x 36 = 288000 રૂ.

B નું 1 માસનું રોકાણ = 1000 x 36 = 36000 રૂ.

C નું એક માસનું રોકાણ = 6000 x 30 = 1,80,000 રૂ.

A, B અને C ના રોકાણનો ગુણોત્તર = 288000 : 36000 : 180000

= 8:1:5

A ને મળતો નફો $= \frac{8}{14} \times 9660 = 5520$ રૂ.

B ને મળતો નફો $= \frac{1}{14} \times 9660 = 690$ રૂ.

C ને મળતો નફો $= \frac{5}{14} \times 9660 = 3450$ રૂ.

7. કુલ નફો = 7200 રૂ.

A અને C ને મળતો કુલ નફો = 1920 + 2880 = 4800

B ને મળતો નફો = 7200 - 4800 = 2400

A અને B ના રોકાણનો ગુણોત્તર = નફાનો ગુણોત્તર

$8000 : x = 1920 : 2400$

$\therefore 1920x = 8000 \times 2400$

$\therefore x = \frac{8000 \times 2400}{1920}$

$= 10,000$

∴ B એ કરેલું રોકાણ રૂ. 10,000 હશે.

8. $\frac{\text{A નું મુડીરોકાણ x A નો રોકાણ સમય}}{\text{B નું મુડીરોકાણ x B નો રોકાણ સમય}} = \frac{\text{A નો નફો}}{\text{B નો નફો}}$

ધારોકે A એ x માસ માટે મુડી રોકાણ કર્યુ હશે.

$$\frac{5 \times x}{6 \times 5} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2 \times 6 \times 5}{5 \times 3}$$

$$x = 4 \text{ માસ}$$

∴ A એ પોતાની મુડી 4 માસ સુધી વેપારમાં રોકી હશે.

9. $$\frac{\text{Aનું મુડીરોકાણ x Aનો રોકાણ સમય}}{\text{B નું મુડીરોકાણ x Bનો રોકાણ સમય}} = \frac{\text{Aનો નફો}}{\text{B નો નફો}}$$

$$\frac{5 \times 8}{6 \times x} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{5 \times 8 \times 9}{5 \times 6} = x$$

$$12 = x$$

∴ B એ 12 માસ સુધી મુડી રોકાણ કર્યુ હશે.

10. A ને વહીવટીના નફામાંથી મળતી રકમ $= \frac{52000 \times 15}{100}$

$= 7800$ રૂ.

બાકી રહેતો વહેચણી પાત્ર નફો $= 52000 - 7800$

$= 44200$ રૂ.

A અને Bના મુડીરોકાણનું પ્રમાણ $= 2500:7500$

$= 1:3$

Bને મળતો નફો $= \frac{3}{4} \times 44200$

$= 33150$ રૂ.

11. ધારોકે B અને C એ અનુક્રમે x રૂ. અને y રૂ. નું રોકાણ કર્યું હશે.

Aનું 1 મહીનાનું રોકાણ $= 3400 \times 12$

$= 40800$ રૂ.

તેજ રીતે Bનું 1 માસનું રોકાણ $= 9x$

C નું 1 માસનું રોકાણ $= 6y$

$$40800 : 6y = 2 : 5$$

$$\frac{40800}{6y} = \frac{2}{5}$$

$$y = \frac{5 \times 40800}{2 \times 6}$$

$$y = 17000 \text{ રૂ.}$$

∴ C એ રૂ.17000નું રોકાણ કર્યું હશે.

12. રીટા, ગીતા અને સીતાનો નફાનો ગુણોત્તર = 3375:11250:6375

= 9 : 30 : 17

સરવાળો = 9 + 30 + 17 = 56

રીટાએ કરેલ મુડી રોકાણ = $\frac{9 \times 14000}{56}$

= 2250 રૂ.

નફો - ખોટ

મૂળકિંમત : કોઈપણ વસ્તુ ખરીદતા જે રકમ ચૂકવવી પડે તેને વસ્તુની મૂળકિંમત કહેવાય છે.

વેચાણ કિંમત : કોઈપણ વસ્તુ વેચવાથી જે રકમ ઉપજે તેને વસ્તુની વેચાણ કિંમત કહેવાય છે.

નફો : જો વેચાણકિંમત કરતા મૂળકિંમત ઓછી હોય તો નફો થાય છે. એટલે કે
નફો = વેચાણકિંમત - મૂળકિંમત

ખોટ : જો વેચાણકિંમત કરતા મૂળકિંમત વધારે હોય તો ખોટ જાય છે. એટલે કે
ખોટ = મૂળકિંમત - વેચાણકિંમત

નફો (ટકામાં) : 100રૂ.ની મૂ.કિ.ની વસ્તુ પર જેટલા રૂપીયા નફો થાય તેટલા ટકા નફો થયો ગણાય.

ખોટ (ટકામાં) : 100રૂ.ની મૂ.કિ.ની વસ્તુ પર જેટલા રૂપીયા નુકસાન થાય તેટલા ટકા ખોટ થઈ ગણાય.

$$\text{નફો} (\%) = \frac{\text{નફો} \times 100}{\text{મૂ.કિં.}} \quad \text{અને} \quad \text{ખોટ} (\%) = \frac{\text{ખોટ} \times 100}{\text{મૂ.કિં.}}$$

પડતર કિંમત = મૂળકિંમત + ખરાજાત ખર્ચ

ઉદાહરણો

1. એક વસ્તુ રૂ.600માં ખરીદીને રૂ.820માં વેચતા કેટલા રૂપીયા નફો થાય?

નફો = વે.કિં. - મૂ.કિં.
= 820 - 600
= 220 રૂ.

2. એક વસ્તુ રૂ.850માં ખરીદીને રૂ.700માં વેચતા કેટલા રૂપીયા ખોટ જાય?

ખોટ = મૂ.કિં - વે.કિં.
= 850 - 700
= 150 રૂ.

3. એક ટેબલ રૂ.760માં ખરીદીને રૂ.950માં વેચતા કેટલા ટકા નફો થાય?

નફો = વે.કિં.-મૂ.કિં.
= 950 - 760
= 190 રૂ.

760 રૂ.ની મૂળકિંમત પર મળતો નફો = 190

∴ 100રૂ. ની મૂળકિંમત પર મળતો નફો = ?

$$\frac{190 \times 100}{760} = 25\%$$

Short cut

$$\text{નફો}(\%) = \frac{\text{નફો} \times 100}{\text{મુ.કિં.}}$$

$$= \frac{190 \times 100}{760}$$

$$= 25\%$$

4. એક વસ્તુ રૂ.850માં ખરીદીને રૂ.680માં વેચવાથી કેટલા ટકા ખોટ જાય?

ખોટ = મૂ.કિં.- વે.કિં.

= 850 - 680

= 170 રૂ.

850 રૂ.ની મૂ.કિં. પર થતી ખોટ = 170 રૂ.

∴ 100 રૂ.ની મૂ.કિં. પર થતી ખોટ = ?

$$\frac{170 \times 100}{850} = 20\%$$

Short cut

$$\text{ખોટ}(\%) = \frac{\text{ખોટ} \times 100}{\text{મૂ.કિં.}}$$

$$= \frac{170 \times 100}{850}$$

$$= 20\%$$

5. એક વસ્તુ રૂ.120માં ખરીદીને 12% નફો લઈને વેચવી હોય તો વસ્તુની વેચાણ કિંમત કેટલા રૂપીયા હશે?

100 રૂ.ની મૂ.કિં પર મળતો નફો = 12 રૂ.

∴ 120 રૂ.ની મૂ.કિં પર મળતો નફો = ?

$$\frac{12 \times 120}{100} = 14.4\%$$

વેચાણ કિંમત = મૂળકિંમત + નફો

= 120 + 14.4

= 134.40 રૂ.

Short cut

$$\text{વે.કિં.} = \left(\frac{100 + \text{નફો} (\%)}{100}\right) \times \text{મૂ.કિં.}$$

$$= \left(\frac{100+12}{100}\right) \times 120$$

$$= \left(\frac{112}{100}\right) \times 120$$

$$= \frac{1344}{10}$$

$$= 134.4 \text{ રૂ.}$$

6. એક વસ્તુ રૂ.1530માં વેચવાથી મૂ.કિં. પર 10% ખોટ જાય છે તો વસ્તુની મૂળકિંમત શોધો.

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

ખોટ = 10 રૂ.

વે.કિં. = 90 રૂ.

90 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

∴ 1530 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = ?

$$\frac{100 \times 1530}{90} = 1700 \text{ રૂ.}$$

Short cut

$$\text{મૂ.કિં} = \frac{100}{100 - \text{ખોટ} (\%)} \times \text{વે.કિં.}$$

$$= \frac{100}{100-10} \times 1530$$

$$= \frac{100}{90} \times 1530$$

$$= 1700$$

7. એક વસ્તુ રૂ.1620માં વેચવાથી 10% ખોટ જાય છે. જો 5 % નફો મેળવવો હોય તો તે વસ્તુ કેટલા રૂપીયામાં વેચવી પડશે?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

10% ખોટ = 10 રૂ.

વે.કિં. = 90 રૂ.

90 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

∴ 1620 રૂ. વેચાણ કિંમત હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = ?

$$\frac{100 \times 1620}{90} = 1800 \text{ રૂ.}$$

વસ્તુની મૂ.કિં. પર 5% નફો મેળવવાનો છે.

100 + 5 = 105 રૂ. વે.કિં. થાય.

100 રૂ. મૂળ કિંમત હોય તો વસ્તુની વે.કિં. = 105 રૂ.

∴ 1800 રૂ. મૂળ કિંમત હોય તો વસ્તુની વે.કિં. = ?

$$\frac{105 \times 1800}{100} = 1890 \text{ રૂ.}$$

∴ વસ્તુની વેચાણ કિંમત રૂ. 1890 થાય.

Short cut

$$\text{મૂ.કિં.} = \left(\frac{100}{100 - \text{ખોટ}(\%)}\right) \times \text{વે.કિં.}$$

$$= \left(\frac{100}{100-10}\right) \times 1620$$

$$= \frac{100 \times 1620}{90}$$

$$= 1800 \text{ રૂ.}$$

$$\text{વે.કિં.} = \left(\frac{100 + \text{નફો}(\%)}{100}\right) \times \text{મૂ.કિં.}$$

$$= \left(\frac{100 + 5}{100}\right) \times 1800$$

$$= \frac{105 \times 1800}{100}$$

$$= 1890 \text{ રૂ.}$$

8. એક વસ્તુની મૂ.કિં. પર વેપારી 25% નફો ઉમેરીને 25% વળતર આપે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે ખોટ જાય?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

25% નફો = 25 રૂ.

વે.કિં. = 125 રૂ.

125 રૂ વેચાણ કિંમત પર 25% વળતર આપવાનું છે.

100 રૂ. પર મળતું વળતર = 25 રૂ.

∴ 125 રૂ. પર મળતું વળતર = ?

$$\frac{125 \times 25}{100} = \frac{3125}{100} = 31.25 \text{ રૂ.}$$

∴ 125 - 31.25 = 93.75 રૂ.

∴ વસ્તું રૂ.93.75માં વેચવી પડે.

100 રૂ. ની મૂ.કિં. ની વસ્તુ રૂ. 93.75માં વેચવાથી 6.25 રૂ. ખોટ જાય છે. તેથી 100 રૂ. ની મૂ.કિં. પર 6.25 રૂ. ખોટ જતી હોવાથી 6.25% ખોટ જાય છે.

Short cut

જ્યારે વસ્તુની મુ.કિં. પર જેટલા ટકા નફો અપાય તેટલા જ ટકા વળતર આપવામાં આવે ત્યારે હંમેશા ખોટ જ જાય છે.

$$\text{ખોટ}(\%) = \frac{x^2}{100} \quad (\text{જ્યાં } x = \text{ટકા})$$

$$= \frac{(25)^2}{100}$$

$$= \frac{625}{100} = 6.25\%$$

9. A એક ઘડિયાળ Bને 5% નફો ઉમેરીને વેચે છે. B તે ઘડિયાળ 10% નફો ઉમેરીને Cને વેચે છે. જો Cતે ઘડિયાળ રૂ.462માં ખરીદે તો A એ તે ઘડિયાળ કેટલા રૂપીયામાં ખરીદી હશે?

ધારોકે A એ તે ઘડિયાળ 100 રૂ.માં ખરીદી હશે.

5% નફો ઉમેરતા તે B ને રૂ.105માં વેચે છે.

B 10% નફો ઉમેરે છે એટલે કે 10.50 રૂ. નફો એટલે B તે C ને 115.50માં વેચે છે.

115.50 કિંમત ચુકવવાની હોય તો મૂ.કિં. = 100

∴ 462 કિંમત ચૂકવવાની હોય તો મૂ.કિં. = ?

$$\frac{100 \times 462}{115.50} = 400 \text{ રૂ.}$$

∴ A એ તે ઘડિયાળ રૂ.400માં ખરીદી હશે.

Short cut

$$\text{A ની ખરીદ કિંમત} = \frac{100 \times 100 \times P}{(100 + a)(100 + b)}$$

જ્યાં a = 5, b = 10, P = 462

$$= \frac{100 \times 100 \times 462}{(105)(110)}$$

$$= 400 \text{ રૂ.}$$

10. A એક વસ્તું 15% નફો ઉમેરીને Bને વેચે છે. B 20% નફો ઉમેરીને Cને વેચે છે. C 10% ખોટમાં તે વસ્તુ D ને વેચે છે. જો D એ તે વસ્તુના રૂ.3726 ચૂકવ્યા હોય તો A એ તે વસ્તું કેટલા રૂપીયામાં ખરીદી હશે?

Short cut

$$A \text{ ની ખરીદ કિંમત} = \frac{100 \times 100 \times 100 \times P}{(100+a)(100+b)(100-c)}$$

$$= \frac{100 \times 100 \times 100 \times 3726}{(100+15)(100+20)(100-10)}$$

$$= \frac{100 \times 100 \times 100 \times 3726}{115 \times 120 \times 90}$$

$$= 3000$$

∴ A એ તે વસ્તુ રૂ.3000માં ખરીદી હશે.

11. એક વેપારી એક વસ્તુની વેચાણ કિંમત પર 20% નફો ઉમેરે છે. ફરી વસ્તુની માંગ વધવાથી તે 30% નફો ઉમેરે છે તો વેપારીને એકંદરે કેટલા ટકા નફો થયો હશે?

ધારો કે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

20% નફો ઉમેરતા = 20 રૂ.

120

120 રૂ. પર 30% નફો ઉમેરતા 36 રૂ. નફો થાય છે.

120 + 36 = 156 રૂ.

∴ 100ની મૂ.કિં. વસ્તુ રૂ.156માં વેચાય છે. તેથી 56% નફો ગણાય

Short cut

$$\%\text{માં તફાવત} = \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$$

$$= \left(20 + 30 + \frac{20 \times 30}{100}\right)\%$$

$$= (50 + 6)\%$$

$$= 56\%$$

12. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમત પર 10% નફો ઉમેરે છે. પરંતુ મંદીને કારણે ફરી 20% વળતર આપે તો વેપારીને કેટલા ટકા ખોટ કે નફો થાય?

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

10% નફો = 10 રૂ.

110

110 રૂ.ની કિંમત પર 20% વળતર આપે છે એટલે કે રૂ.22 વળતર આપે છે.

∴ 110 - 22 = 88

∴ 100રૂ. ની મૂ.કિં. ની વસ્તુ રૂ.88માં વેચાય છે તેથી 12 રૂ. ખોટ જાય એટલે કે 12% ખોટ થાય.

16. એક વ્યક્તિ એક વસ્તુ 5 % ખોટમાં વેચે છે. જો તે વસ્તુના રૂ.1800 વધારે મેળવે તો તેને 4 % નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

ધારોકે વસ્તુની મૂ.કિં. = 100

5%ખોટ = $\frac{5}{95}$

4%નફો લેવા માટે વસ્તુ રૂ.104માં વેચતા

∴ 104 - 95 = 9 રૂ. વધારે મળે તો 4%નફો થાય.

9 રૂ. વધારે મળે તો વસ્તુની મૂ.કિં. = 100

∴ 1800 વધારે મળે તો વસ્તુની મૂ.કિં. = ?

$\frac{100 \times 1800}{9}$ = 20000 રૂ.

Short cut

મૂ.કિં. = $\left(\frac{z}{y+x}\right) \times 100$

જ્યાં z = 1800 રૂ.

y = 5

x = 4

= $\left(\frac{1800}{5+4}\right) \times 100$

= $\left(\frac{1800}{9}\right) \times 100$

= 20,000 રૂ.

17. એક વ્યક્તિ 9 નોટબુક 90રૂ.માં ખરીદીને 8 નોટબુક 88રૂ. માં વેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો કે ખોટ જાય?

9 નોટબુકની કિંમત = 90રૂ.

∴ 1 નોટબુકની કિંમત = 10 રૂ.

8 નોટબુકની વે.કિં. = 88 રૂ.

∴ 1 નોટબુકની વે.કિં. = 11 રૂ.

નફો = 11 - 10 = 1 રૂ.

10 રૂ.ની મૂ.કિં. પર મળતો નફો = 1 રૂ.

∴ 100ની મૂ.કિં. પર મળતો નફો = ?

$\frac{100 \times 1}{10}$ = 10%

Short cut

જો વ્યક્તિ x વસ્તુ y રૂ. માં ખરીદીને w વસ્તુ z રૂ.માં વેચે તો તેને મળતો નફો. (%)

$$\text{નફો } (\%) = \left(\frac{zx}{wy} - 1\right) \times 100\ \%$$

$$= \left(\frac{88 \times 9}{8 \times 90} - 1\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{11}{10} - 1\right) \times 100\%$$

$$= 10\%$$

18. એક દુકાનદાર રૂ.10માં 11 બોલપેન ખરીદીને રૂ.11માં 10 બોલપેન વેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો થાય?

11 બોલપેનની મૂ.કિં. = 10 રૂ.

∴ 110 બોલપેનની મૂ.કિં. = 100 રૂ.

10 બોલપેનની વે.કિં. = 11 રૂ.

∴ 110 બોલપેનની વે.કિં. = 121 રૂ.

100 રૂ.ની મૂ.કિં. પર મળતો નફો = 121 - 100

= 21 રૂ.

∴ મળતો નફો = 21 %

Short cut

$$\text{નફો\%} = \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2}\right) \times 100\%$$ જ્યાં a = 10, b = 11

$$= \left(\frac{(11)^2 - (10)^2}{(10)^2}\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{121 - 100}{100}\right) \times 100\%$$

$$= 21\%$$

જો જવાબ ઋણ આવે તો તેટલા ટકા ખોટ થાય.

19. 56 રૂ.માં એક વસ્તુ વેચવાથી મૂ.કિં. જેટલા ટકા નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

ધારો કે વસ્તુની મૂ.કિં. = x રૂ.

$\therefore x\%$ નફો થાય.

100 રૂ. ની મૂ.કિં. પર મળતો નફો = x રૂ.

$\therefore$ x રૂ.ની મૂ.કિં. પર મળતો નફો = ?

નફો = $\frac{x \times x}{100} = \frac{x^2}{100}$

નફો = વે.કિં. - મૂ.કિં.

$$\frac{x^2}{100} = 56 - x$$

$$\therefore \frac{x^2}{100} + x - 56 = 0$$

$$x^2 + 100x - 5600 = 0$$

$$(x+140)(x-40) = 0$$

$x+140=0$ અથવા $x-40 = 0$

$x=-140$ અથવા $x = 40$

કિંમત ઋણ ન હોવાથી $x = 40$ શક્ય છે.

$\therefore$ વસ્તુની મૂ.કિં. = 40રૂ.

Short cut

મૂ.કિં. $= -50 \pm 10\sqrt{25+x}$

$= -50 \pm 10\sqrt{25+56}$

$= -50 \pm 10\sqrt{81}$

$= -50 + 10 \times 9$

$= -50 + 90$

$= 40$ રૂ.

20. એક વસ્તુ રૂ.16માં વેચવાથી મૂ.કિં. જેટલા ટકા ખોટ જાય તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

ધારો કે વસ્તુની મૂ.કિં. = x રૂ.

$\therefore x\%$ ખોટ જાય

100 રૂ. મૂ.કિં. પર થતી ખોટ = x રૂ.

$\therefore$ x રૂ.ની મૂ.કિં. પર થતી ખોટ = ?

ખોટ $= \frac{x^2}{100}$

ખોટ = મૂ.કિં. - વે.કિં.

$$\frac{x^2}{100} = x - 16$$

$$\frac{x^2}{100} - x + 16 = 0$$

$$x^2 - 100x + 1600 = 0$$

$$(x-80)(x-20) = 0$$

$x = 80$ અથવા $x = 20$

વસ્તુની મૂ.કિં. રૂ. 80 અથવા રૂ.20 હશે.

Short cut

મૂ.કિં. $= 50 \pm 10\sqrt{25-x}$ x = વેચાણ કિંમત.

$= 50 \pm 10\sqrt{25-16}$

$= 50 \pm 10\sqrt{9}$

$= 50 \pm 10 \times 3$

$= 50 + 30$ અથવા $50 - 30$

$= 80$ અથવા 20

21. ઘઉંના ભાવમાં 20 % ઘટવાથી વ્યક્તિ રૂ.100ના બજેટમાં 2 કીલો વધુ લઈ શકે છે તો ઘઉંનો જૂનો ભાવ અને નવો ભાવ શોધો.

ધારોકે ઘઉંનો કિગ્રા દીઠ જૂનો ભાવ = x રૂ.

$\therefore$ 100 રૂ.માં ખરીદી શકાતા ઘઉં $= \frac{100}{x}$ કીલો

20% ભાવ ઘટવાથી 100ની મૂ.કિં. પર ઘટેલો ભાવ = 80 રૂ.

$\therefore x$ ની મૂ.કિં. પર ઘટેલો ભાવ = ?

$$\frac{80 \times x}{100} = 0.8x$$

100ના બજેટમાં આવતા ઘઉં $= \frac{100}{0.8x}$ કીલો

$= \frac{125}{x}$ કીલો

તફાવત= $\frac{125}{x} - \frac{100}{x}$

$2 = \frac{25}{x}$ કીલો

$x = \frac{25}{2}$

$x = 12.5$

∴ ઘઉંનો જુનો ભાવ = 12.5

20% ઘટવાથી $\frac{12.5 \times 20}{100} = 2.5$ રૂ.

નવો ભાવ = 12.5 - 2.5

= 10 રૂ.

Short cut

નવો ભાવ $= \frac{xz}{100y}$

$= \frac{20 \times 100}{100 \times 2}$

$= 10$

જુના ભાવ $= \frac{xz}{(100-x)y}$

$= \frac{20 \times 100}{(100-20) \times 2}$

$= \frac{2000}{80 \times 2}$

$= 12.5$ રૂ.

જ્યાં $x = 20\%$

y = વધેલ કિગ્રા.

z = બજેટ

22. ચોખાના ભાવમાં 20 % વધારો થવાથી રૂ.1200માં 2 કિગ્રા. ઓછા આવે છે તો ચોખાનો મૂળભાવ અને વધેલો ભાવ શોધો.

Short cut

મૂળ ભાવ $= \frac{xz}{(100+x)y}$

$= \frac{20 \times 1200}{(100+20) \times 2}$

$= \frac{20 \times 1200}{120 \times 2}$

$= 100$ રૂ.

નવો ભાવ $= \frac{xz}{100y}$

$= \frac{20 \times 1200}{100 \times 2}$

$= 120$ રૂ.

$x = 20\%$ વધારો

z = રકમ

y = કિગ્રા.

23. એક વેપારી રૂ.4200ની એક લેખે બે વસ્તુઓ વેચે છે. જેમાં એક વસ્તુ પર 20 % નફો અને બીજી વસ્તુ પર 40% નફો થાય છે તો એકંદરે કેટલા ટકા નફો થયો હશે?

એક વસ્તુની વે.કિં. = 4200 રૂ. $\therefore$ બે વસ્તુની વે.કિં. = $2 \times 4200 = 8400$ રૂ.

એક વસ્તુની મૂ.કિં. = $\frac{100}{120} \times 4200 = 3500$

બીજી વસ્તુની મૂ.કિં. = $\frac{100}{140} \times 4200 = 3000$

બન્ને વસ્તુની મૂ.કિં. = $3500 + 3000 = 6500$

નફો = $8400 - 6500 = 1900$

નફો (%) = $\frac{1900}{6500} \times 100$

$= 29.23\%$

Short cut નફો = $\left[\frac{100x + 100y + 2xy}{(100 + x) + (100 + y)}\right] \%$

$= \left[\frac{(100)(20) + 100(40) + 2(20)(40)}{(100 + 20) + (100 + 40)}\right] \%$

$= \frac{7600}{260} \%$

$= 29.23\%$

24. એક વ્યક્તિ રૂ.2500ની એક લેખે બે વસ્તુ વેચે છે. જેમાં એક વસ્તુ પર 50% ખોટ અને બીજી વસ્તુ પર 25 % નફો થાય છે તો એકદરે કેટલા ટકા નફો કે ખોટ થાય?

Short cut નફો કે ખોટ % $= \left[\frac{100x + 100y + 2xy}{(100 + x) + (100 + y)}\right] \%$

$= \left[\frac{100(-50) + 100(25) + 2(-50)(25)}{(100-50) + (100 + 25)}\right] \%$

$= \frac{-5000 + 2500 - 2500}{50 + 125} \%$

$= -\frac{5000}{175} \%$

$= -\frac{200}{7} \%$

ઋણ જવાબ હોવાથી એકંદરે $\frac{-200}{7}$ % ખોટ જાય

25. પ્રથમ 15 સંખ્યાની સરાસરી શોધો.

$$સરાસરી = \frac{n+1}{2} \quad જ્યાં\ n=15$$

$$= \frac{15+1}{2}$$

$$= 8$$

26. એક વેપારી એક વસ્તુની કિંમત 10% વળતર આપીને પણ 25 % નફો મેળવે છે. જો વસ્તુની છાપેલી કિંમત રૂ.50 હોય તો તેની મૂળકિંમત શોધો.

વેપારી 10% વળતર આપે છે.

∴ 50 રૂ. ના 10% = 5 રૂ.

વસ્તુની વે.કિં. = 50 - 5 = 45 રૂ.

45 રૂ.માં વેચવાથી 25% નફો મળે છે.

125 રૂ.વે.કિં. હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = 100

∴ 45 રૂ. વે.કિં. હોય તો વસ્તુની મૂ.કિં. = ?

$$\frac{100 \times 45}{125} = 36\ રૂ.$$

27. એક દુકાનદાર બે ઘડિયાળ કુલ રૂ.650માં ખરીદે છે. તેમાંની એક 20% નફો અને એક 25% ખોટમાં વેચે છે. જો બન્ને ઘડિયાળની વેચાણકિંમત સરખી હોય તો બન્ને ઘડિયાળની મૂળકિંમત શોધો.

P = 650, A = 20, B = - 25

પહેલી ઘડિયાળની મૂ.કિં. $= \frac{(100+B)\ P}{200+A+B}$

$= \frac{(100-25) \times 650}{200+20-25}$

$= \frac{75 \times 650}{195}$

= 250 રૂ.

બીજી ઘડીયાળની મૂ.કિં. $= \frac{(100+A) \times P}{200+A+B}$

$= \frac{(100+20) \times 650}{200+20-25}$

$= \frac{120 \times 650}{195}$

= 400 રૂ.

28. એક વસ્તુની મૂ.કિં.માં કેટલા ટકા વધારો કરવો જોઈએ કે જેથી 10% વળતર આપવાથી પણ 8% નફો થાય.

Short cut ટકામાં વધારો $= \frac{100\,(a+b)}{100-a}\ \%$ જ્યાં a = 10 b = 8

$= \frac{100\,(10+8)}{100-10}\ \%$

= 20%

29. A એક વસ્તુ છાપેલી કિંમતના 10 % નો ઉમેરીને Bને વહેચે છે. B તે 20% નફો ઉમેરીને Cને વહેચે છે. C તે વસ્તુ પર 30 % નફો ઉમેરીને Dને વહેચે છે તો Dએ છાપેલી કિંમત કરતા કેટલા ટકા વધારે કિંમત ચૂકવી હશે?

ધારોકે વસ્તુની છાપેલી કિંમત = 100 રૂ.

∴ 10% નફો = 10 રૂ.

∴ 110 રૂ.માં તે Bને વહેચે છે.

B તે 20% નફો ઉમેરી C ને વહેચે છે.

$$\therefore \text{Cની ખરીદ કિંમત} = \frac{110 \times 120}{100} = 132$$

C તે 30% નફો ઉમેરીને Dને વહેચે છે.

$$\therefore \text{Dની ખરીદ કિંમત} = \frac{132 \times 130}{100} = 171.60$$

D એ છાપેલી કિંમત કરતા ચૂકવવી પડતી વધારે કિંમત = 171.60 - 100 = 71.60

D એ છાપેલી કિંમત કરતા 71.60 % વધારે કિંમત ચૂકવવી પડશે.

Short cut

ત્રણ ક્રમીક નફાનો વધારો $= \left[x+y+z+\frac{xy+yz+zx}{100}+\frac{xyz}{10000}\right]\%$

$$= \left[10+20+30+\frac{(10)(20)+(20)(30)+(30)(10)}{100}+\frac{10\times20\times30}{10000}\right]\%$$

$= (60+11+0.6)\%$

$= 71.6\%$

પ્રેક્ટિસ

1. એક વ્યક્તિ એક વસ્તુ રૂ.5500માં ખરીદે છે તેના પર 500 રૂ. ખરાજાત ખર્ચ થાય છે અને તે વસ્તુ તે 7200 રૂ.માં વેચે તો તેને કેટલો નફો થાય?
2. રમેશ એક મોબાઈલ રૂ.3000માં ખરીદીને 20 % નફાથી વેચે તો કેટલા રૂપીયા નફો થાય?
3. ગીતા એક ઘડિયાળ 1980 રૂ.માં વેચે તો તેને 10 % નફો થાય તો તેની ખરીદકિંમત શોધો.
4. એક વસ્તુ રૂ.1230માં વેચવાથી 18% ખોટ જાય છે. જો તે વસ્તુ રૂ.1600માં વેચવામાં આવે તો કેટલા ટકા લાભ કે નુકસાન થાય?

5. A એક વસ્તુ 15% નફાથી B ને, B 20% નફાથી C ને વસ્તુ વેચે છે. જો C એ તે વસ્તુ રૂ.46,230માં ખરીદે તો A એ તે વસ્તુ કેટલામાં ખરીદી હશે?

6. રમેશ એક વસ્તુ 17% નફાથી સુરેશને, સુરેશ 10% ખોટમાં મહેશને વેચે છે. જો મહેશને રૂ.10530 ચૂકવવા પડે તો રમેશે વસ્તુ કેટલામાં ખરીદી હશે?

7. કેતન એક વસ્તુ પર 25% નફો ઉમેરીને 25% વળતર આપે તો તેને નફો કે ખોટ કેટલા ટકા થાય?

8. એક વસ્તુની મૂ.કિં. પર કેટલા ટકા વધારો કરવાથી તેના પર 10% વળતર આપવાથી પણ 20% લાભ થાય?

9. એક દુકાનદાર 5 રૂ.માં 6 વસ્તુ ખરીદીને 6 રૂ.માં 5 વસ્તુ વહેચે તો તેને કેટલા ટકા નફો થાય?

10. એક વેપારી એક વસ્તુ 10% નફાથી વચે છે. જો તે 20% નુકસાને વેચે તો તેને રૂ.90 ઓછા મળે તો વસ્તુની મૂળ કિંમત શોધો.

11. જો 33 વસ્તુની વેચાણકિંમત 30 વસ્તુની મૂળકિંમત બરાબર થાય તો કેટલા ટકા નફો થાય?

12. રૂ.24માં એક વસ્તુ વેચવાથી મૂ.કિં. જેટલા ટકા નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

13. 80 રૂ.ની મૂ.કિં.ની વસ્તુ 68 રૂ.માં વેચવાથી કેટલા ટકા વળતર આપ્યુ ગણાય?

14. 50 વસ્તુની મૂ.કિં. 40 વસ્તુની વેચાણ કિંમત બરાબર થાય તો કેટલા ટકા નફો મળે?

15. એક વસ્તુની કિંમત 20% ઘટવાથી રૂ.200ના બજેટમાં 2 કીલો વધુ લઈ શકાય છે તો વસ્તુનો જૂનો ભાવ અને નવો ભાવ શોધો.

16. રમેશ એક વસ્તુ 10% નફો ઉમેરીને વહેચે છે. જો તેણે રૂ.70 વધારે લીધા હોય તો 17% નફો મળે છે તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

17. એક વેપારી એક વસ્તુ 5% ખોટમાં વેચે છે. જો તેણે રૂ.900 વધારે મેળવ્યા હોય તો 4% નફો થાય તો વસ્તુની મૂ.કિં. શોધો.

જવાબો

1.
પડતર કિંમત = મૂ.કિં.+ ખરાજાત
= 5500 + 500
= 6000
નફો = વે.કિં. - પડતર કિંમત
= 7200 - 6000
= 1200 રૂ.

2.
$$\text{વે.કિં.} = \text{મૂ.કિં.}\left(1+\frac{\%\text{નફો}}{100}\right)$$

$= 3000\left(1+\frac{20}{100}\right)$

$= 3000\left(\frac{6}{5}\right)$

$= 3600$ રૂ.

નફો $=$ વે.કિં. - મુ.કિં.

$= 3600 - 3000$

$= 600$ રૂ.

3. મૂ.કિં. $= \frac{\text{વે.કિં.} \times 100}{100 + \%\text{નફો}}$

$= \frac{1980 \times 100}{110} = 1800$ રૂ.

4. વસ્તુની મૂ.કિં. $= \frac{100 \times 1230}{100 - 18}$

$= 1500$ રૂ.

વસ્તુની વે.કિં. $= \frac{(1600 - 1500) \times 100}{1500}$

$= 6\frac{2}{3}\%$

5. Aની મૂ.કિં. $= \frac{100 \times 100 \times 46230}{(100+15)(100+20)}$

$= \frac{100 \times 100 \times 46230}{115 \times 120}$

$= 33500$ રૂ.

6. વસ્તુની મૂ.કિં. $= \frac{100 \times 100 \times 10530}{(100+17)(100-10)}$

$= \frac{100 \times 100 \times 10530}{117 \times 90}$

$= 10{,}000$

7. ખોટ (%) $= \frac{x^2}{100}\%$

$= \frac{625}{100}\%$

$= 6.25\%$

8. $= \frac{100(10+20)}{100-10}\%$

$$= \frac{3000}{90}$$

$$= 33.33\%$$

9. નફો $= \frac{b^2 - a^2}{a^2} \times 100$

$$= \frac{(6)^2 - (5)^2}{(5)^2} \times 100$$

$$= \frac{36 - 25}{25} \times 100$$

$$= \frac{11 \times 100}{25}$$

$$= 44\%$$

10. વસ્તુની મૂ.કિં. $= \frac{C \times 100}{a + b}$

$$= \frac{90 \times 100}{10 + 20}$$

$= 300$ રૂ.

11. નફો $= \frac{x - y}{y} \times 100$

$$= \frac{33 - 30}{30} \times 100$$

$$= \frac{3}{30} \times 100$$

$$= 10\%$$

12. મૂ.કિં. $= -50 \pm 10\sqrt{25 + x}$

$$= -50 \pm 10\sqrt{25 + 24}$$

$$= -50 \pm 10\sqrt{49}$$

$$= -50 \pm 10(7)$$

$$= -50 \pm 70$$

$= -120$ અથવા 20

કિંમત ઋણ ન હોવાથી વસ્તુની મૂ.કિં. રૂ.20 થાય.

13. વળતર $= 80 - 68 = 12$

વળતર (%) $= \frac{12 \times 100}{80} = 15\%$

14. નફો (%) $= \frac{x - y}{y} \times 100\ \%$

$= \frac{50 - 40}{40} \times 100\ \%$

$= 25\%$

15. નવો ભાવ $= \frac{xz}{100y}$ જ્યાં $x = 20\%$, y = 2 કી.ગ્રા., z = 200

$= \frac{20 \times 200}{100 \times 2}$

$= 20$ રૂ.

જુનો ભાવ $= \frac{xz}{(100 - x)y}$

$= \frac{20 \times 200}{(100 - 20)(2)}$

$= \frac{20 \times 200}{80 \times 2}$

$= 25$ રૂ.

16. મૂ.કિં. $= \frac{z}{y - x} \times 100$

$= \frac{70}{17 - 10} \times 100$

$= \frac{70}{7} \times 100$

$= 1000$

17. મૂ.કિં. $= \frac{z}{y - x} \times 100$

$= \frac{-900}{-5 - 4} \times 100$

$= \frac{-900}{-9} \times 100$

$= 10{,}000$

બીજગણિતના સુત્રો આધારીત દાખલા

1. $x+\frac{1}{x}=12$ તો $x^2+\frac{1}{x^2}$ ની કિંમત શોધો.

$$x+\frac{1}{x} = 12$$

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = (12)^2$$

$$\therefore x^2+2x\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 144$$

$$\therefore x^2+2+\frac{1}{x^2} = 144$$

$$\therefore x^2+\frac{1}{x^2} = 142$$

2. જો $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=3$ તો $x^2+\frac{1}{x^2}$ ની કિંમત શોધો.

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} = 3$$

$$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (3)^2$$

$$(\sqrt{x})^2+2\sqrt{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 9$$

$$x+2+\frac{1}{x} = 9$$

$$x+\frac{1}{x} = 7$$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = (7)^2$$

$$x^2+2x\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 49$$

$$x^2+2+\frac{1}{x^2} = 49$$

$$x^2+\frac{1}{x^2} = 47$$

જો $x+y = 1$ તો x^3+y^3+3xy ની કિંમત શોધો.

$$x+y = 1$$
$$(x+y)^3 = x^3+y^3+3xy(x+y)$$
$$(1)^3 = x^3+y^3+3xy(1)$$
$$1 = x^3+y^3+3xy$$
$$\therefore x^3+y^3+3xy = 1$$

જો $x-y = 4$ અને $xy = 2$ તો $x^2 + y^2$ શોધો.

$$x-y = 4$$
$$(x-y)^2 = x^2+y^2-2xy$$
$$(4)^2 = x^2+y^2-2(2)$$
$$16+4 = x^2+y^2$$
$$\therefore x^2+y^2 = 20$$

જો $x+y = 5$ અને $xy = 6$ તો x^3+y^3 ની કિંમત શોધો.

$$x^3+y^3 = (x+y)^3-3xy(x+y)$$
$$= (5)^3-3(6)(5)$$
$$= 125-90$$
$$= 35$$

જો $x+\frac{1}{x} = \frac{17}{4}$ તો $x-\frac{1}{x}$ શોધો.

$$x+\frac{1}{x} = \frac{17}{4}$$
$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{17}{4}\right)^2$$
$$x^2+2+\frac{1}{x^2} = \frac{289}{16}$$
$$x^2+\frac{1}{x^2} = \frac{289}{16}-2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2} = \frac{257}{16}$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}-2 = \frac{257}{16}-2$$ (બન્ને બાજુ 2 બાદ કરતા)

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{225}{16}$$

$$x-\frac{1}{x} = \frac{15}{4}$$

7. જો $\frac{5^x}{125} = 1$ તો x શોધો.

$$\frac{5^x}{125} = 1$$

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

$$\therefore x = 3$$

8. $\frac{3.8 \times 3.8 - 1.2 \times 1.2}{3.8 - 1.2} = ?$

$$= \frac{(3.8)^2-(1.2)^2}{3.8-1.2}$$

$$= \frac{(3.8-1.2)(3.8+1.2)}{3.8-1.2}$$ $[\because a^2-b^2 = (a-b)(a+b)]$

$$= (3.8+1.2)$$

$$= 5$$

9. $(11.8)^2+6.4 \times 11.8+(3.2)^2$ નું સાદુરૂપ આપો.

$$= (11.8)^2+2(3.2)(11.8)+(3.2)^2$$

$$= (11.8+3.2)^2$$ $[\because a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2]$

$$= (15)^2$$

$$= 225$$

10. જો $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ તો $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ શોધો.

$$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x^2/y^2+1}{x^2/y^2-1}$$

$$= \frac{(1/3)^2 + 1}{(1/3)^2 - 1}$$

$$= \frac{(1/9)+1}{(1/9)-1}$$

$$= -\frac{10}{8}$$

$$= -\frac{5}{4}$$

11. જો $a+\frac{1}{b}=1$ તથા $b+\frac{1}{c}=1$ તો $c+\frac{1}{a}$ ની કિંમત શોધો.

$$a+\frac{1}{b}=1$$

$$\therefore a = 1-\frac{1}{b}$$

$$\therefore a = \frac{b-1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{b}{b-1} \quad ....(1)$$

$$b+\frac{1}{c}=1$$

$$\frac{1}{c} = 1-b$$

$$c = \frac{1}{1-b} \quad ....(2)$$

સમી. 1 અને 2 પરથી

$$c+\frac{1}{a} = \frac{1}{1-b}+\frac{b}{b-1}$$

$$= \frac{1}{1-b}-\frac{b}{1-b}$$

$$= \frac{1-b}{1-b}$$

$$= 1$$

2. જો $x+y+z = 9$ અને $xy+yz+zx = 23$ તો $x^3+y^3+z^3 - 3xyz$ ની કિંમત શોધો.

$$x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$
$$= (x+y+z)[(x+y+z)^2-3(xy+yz+zx)]$$
$$= 9\times(81-3\times23)$$
$$= 9\times12$$
$$= 108$$

13. $3^x-3^{x-1}=18$ તો x ની કિંમત શોધો.

$$3^x-3^{x-1} = 18$$
$$\therefore 3^{x-1}[3-1] = 18$$
$$\therefore 3^{x-1} = 9$$
$$3^{x-1} = 3^2$$
$$x-1 = 2$$
$$\therefore x = 3$$

14. જો $x^{100}+2x^{99}+k$ નો એક અવયવ $x+1$ હોય તો k ની કિંમત શોધો.

$x+1$ અવયવ હોય તો $x+1=0$ થાય

$$\therefore x = -1$$
$$f(x) = x^{100}+2x^{99}+k$$
$$f(-1) = (-1)^{100}+2(-1)^{99}+k$$
$$0 = 1-2+k$$
$$k = 1$$

15. $f(x) = x^3+3x^2-5x+4$ ને $(x-1)$ વડે ભાગતા મળતી શેષ શોધો.

$(x-1)$ વડે ભાગવાનું હોવાથી $x-1=0$

$$\therefore x = 1$$
$$\therefore f(x) = x^3+3x^2-5x+4$$
$$f(1) = (1)^3+3(1)^2-5(1)+4$$
$$= 1+3-5+4$$
$$= 3$$

ક્ષેત્રફળ

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ 15 મીટર અને પહોળાઈ 12 મીટર છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસમીટર થાય ?

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$= 15 \times 12$

$= 180$ ચોરસ મીટર

2. એક લંબચોરસની લંબાઈ 8 મીટર અને પહોળાઈ 6 મીટર છે તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

લંબચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ $= \sqrt{l^2 + b^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$

$= 10$ મીટર

3. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 2:1 છે. જો તેની પરિમિતિ 120 મીટર હોય તો તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.

લંબાઈ અને પહોળાઈ નો ગુણોત્તર = 2:1

ધારોકે લંબાઈ $= 2x$ મીટર

પહોળાઈ $= x$ મીટર

પરિમિતિ = 2 (લંબાઈ + પહોળાઈ)

$120 = 2(2x + x)$

$120 = 2(3x)$

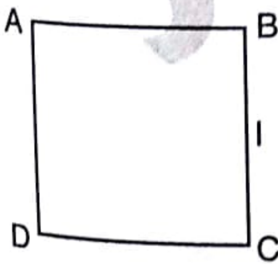
$120 = 6x$

$\therefore x = 20$

લંબાઈ $= 2x = 2 \times 20 = 40$ મીટર

પહોળાઈ $= x = 20 = 20$ મીટર

ચોરસ



- જે ચતુષ્કોણની બધી જ બાજુ સરખી અને દરેક ખૂણા કાટખૂણા હોય તેને ચોરસ કહે છે.
- જે લંબચોરસની પાસપાસેની બાજુ સરખી હોય તેને ચોરસ કહે છે.
- ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l^2$
- ચોરસની પરિમિતિ $= 4l$
- ચોરસના વિકર્ણનું માપ $= \sqrt{2} \times l$

4. એક ચોરસની બાજુમાં ત્રણ ગણો વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ગણો વધારો થાય ?

ધારોકે ચોરસની બાજુનું માપ $= l$

તેનું ક્ષેત્રફળ $= l^2$

તેની બાજુની લંબાઈમાં ત્રણગણો વધારો $= 3l$

$\therefore$ તેનું ક્ષેત્રફળ $= (3l)^2 = 9l^2 = 9 \times l^2$

$\therefore$ નવ ગણો વધારો થાય.

5. એક ચોરસની પરિમિતિ 32 મીટર છે તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ કેટલા મીટર થાય ?

ચોરસની પરિમિતિ $= 4l$

$32 = 4l$

$8 = l$

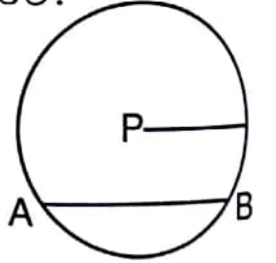
વિકર્ણની લંબાઈ $= \sqrt{2}l$

$= \sqrt{2} \times 8$

$= 8\sqrt{2}$

વર્તુળ

- **વર્તુળ :** સમતલનાં કોઈ એક બિંદુથી સમાન અંતરે આવેલા બિંદુઓના ગણને વર્તુળ કહે છે.
- **ત્રિજ્યા :** વર્તુળના કેન્દ્રથી વર્તુળના કોઈપણ બિંદુને જોડતા રેખાખંડને ત્રિજ્યા કહે છે.
- **જીવા :** વર્તુળના કોઈપણ બે ભિન્ન બિંદુને જોડતા રેખાખંડને જીવા કહે છે.
- **વ્યાસ :** વર્તુળના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી જીવાને વ્યાસ કહે છે.



6. એક વર્તુળાકાર બગીચાનો વ્યાસ 70 મીટર છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ મીટર થાય ?

ત્રિજ્યા $= \frac{\text{વ્યાસ}}{2} = \frac{70}{2} = 35$

વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 35 \times 35$

$= 3850$ ચોરસ મીટર

7. એક વર્તુળનો વ્યાસ 14 સેમી છે તો તેનો પરિઘ કેટલા સેમી થાય ?

વ્યાસ $= 14$ સેમી

ત્રિજ્યા $= 7$ સેમી

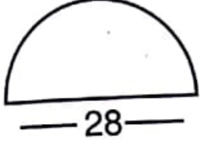
વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$= 44$ સેમી

8. 28 સેમી વ્યાસના અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ શોધો.

અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ $= \pi r + 2r$

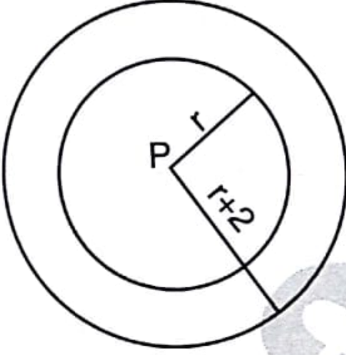


$$= \frac{22}{7} \times 14 + 2 \times 14$$

$= 44 + 28$

$= 72$ સેમી

9. એક વર્તુળાકાર બગીચાનો પરિઘ 38π છે. જો તેની ફરતે 2 મીટર પહોળો રસ્તો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે? $(\pi = 3.14)$



બગીચાનો પરિઘ $= 2\pi r$

$38\pi = 2\pi r$

$19 = r$

બગીચાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= \pi \times 19 \times 19$

$= 361\pi$

રસ્તાસહીત બગીચાની ત્રિજ્યા $= (19 + 2)$ મીટર

$= 21$ મીટર

રસ્તા સહીત બગીચાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= \pi(21)^2$

$= 441\pi$

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= 441\pi - 361\pi$

$= 80\pi$

$= 80 \times 3.14$

$= 251.2$ ચોરસ મીટર

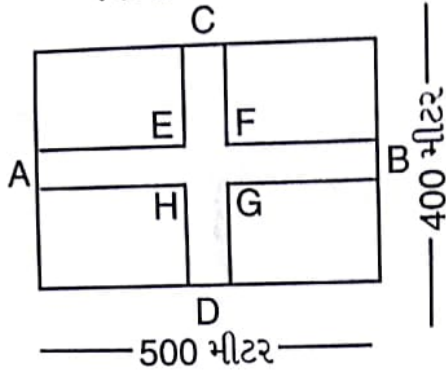
Short cut રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi d(2r + d)$

$= 3.14 \times 2[2(19) + 2]$

$= 6.28(40)$

$= 251.2$ ચોરસ મીટર

10. એક લંબચોરસ મેદાનની લંબાઈ 500 મીટર અને પહોળાઈ 400 મીટર છે. તેની વચ્ચે 10 મીટર પહોળા બે રસ્તા એકબીજાને લંબરૂપે આવેલા છે તો બન્ને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



AB રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 500 x 10

= 5000 ચોરસ મીટર

CD રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 400 x 10

= 4000 ચોરસ મીટર

EFGH રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 10 x 10 = 100 ચોરસ મીટર

બન્ને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 5000 + 4000 - 100

= 8900 ચોરસ મીટર

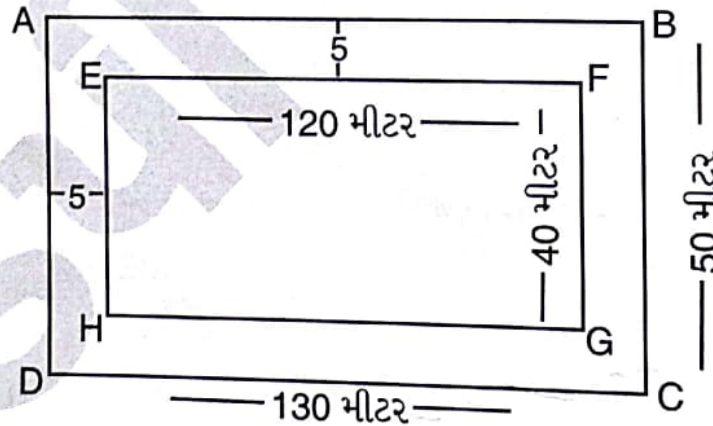
Short cut

બન્ને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = d (l + b - d)

= 10 (500 + 400 - 10)

= 8900 ચોરસ મીટર

11. એક લંબચોરસ ખેતરની લંબાઈ 120 મીટર અને પહોળાઈ 40 મીટર છે. તેની બહાર ચારેય તરફ 5 મીટર પહોળો રસ્તો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ABCDનું ક્ષેત્રફળ (રસ્તા સહિત) = AB x BC

= 130 x 50

= 6500 ચોરસ મીટર

EFGH લંબચોરસ ખેતરનું ક્ષેત્રફળ = EF x FG

= 120 x 40

= 4800 ચોરસમીટર

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = ABCDનું ક્ષેત્રફળ - EFGHનું ક્ષેત્રફળ

= 6500 - 4800

= 1700 ચોરસ મીટર

Short cut

જો રસ્તો બહારની બાજુ હોય તો

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 2d (l + b + 2d)

= 2(5) [120 + 40 + 2(5)]

= 10 (160 + 10)

= 10(170)

= 1700 ચોરસ મીટર

12. એક લંબચોરસ બગીચાની લંબાઈ 100 મીટર અને પહોળાઈ 120 મીટર છે. તેની ચારેય તરફ અંદરની બાજુ 3 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ રૂ.50ના ચોરસમીટરે કેટલા રૂપીયા થાય?

Short cut

જો રસ્તો અંદરની બાજુ હોય તો

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ = 2d (l + b - 2d)

= 2(3) [100 + 120 - 2(3)]

= 6 (214)

= 1284 ચોરસમીટર

રસ્તાનો ખર્ચ = 50 x 1284

= 64200 રૂ.

13. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ 726 ચોરસમીટર છે. જો તેની બાજુઓની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 3:2 હોય તો તેની લંબાઈ અને પહોળાઈ શોધો.

ધારોકે લંબાઈ = $3x$ મીટર

પહોળાઈ = $2x$ મીટર

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ = $3x \times 2x$

$726 = 6x^2$

$121 = x^2$

$11 = x$

લંબાઈ = $3x = 3 \times 11 = 33$ મીટર

પહોળાઈ = $2x = 2 \times 11 = 22$ મીટર

Short cut

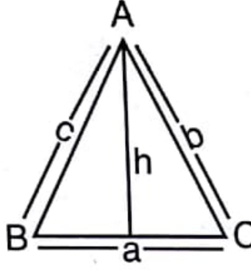
$$\text{લંબાઈ} = \sqrt{\text{ક્ષેત્રફળ x ગુણોત્તર}}$$

$$\text{પહોળાઈ} = \sqrt{\text{ક્ષેત્રફળ x વ્યસ્ત ગુણોત્તર}}$$

$$\text{લંબાઈ} = \sqrt{726 \times 3/2} = 33\text{મીટર}$$

$$\text{પહોળાઈ} = \sqrt{726 \times 2/3} = 22\text{મીટર}$$

ત્રિકોણ



- સમતલના ત્રણ અસમરેખ બિંદુઓને જોડતા રેખાખંડન... ...ગગ... ત્રિક... કહે છે.
- ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)...}$
- જો ત્રિકોણ કાટકોણ ત્રિકોણ હોય તો ... ફળ = 1/2 x ... (a) ... ચાઈ (h)
- જો ત્રિકોણ સમબાજુ ત્રિકોણ હોય તો ક્ષ... = ... 4 ... ુ)^2 (a = b = c)

14. એક ત્રિકોણની બાજુઓના માપ 6 સેમી, 5 સેમી અને 5 સે... ...ય ત... ...ત્રફળ શોધો.

a = 6 b = 5 c...

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6+5+...}{...} = 8$$

ત્રિકોણનું ક્ષેત્ર... $\sqrt{...(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{8...(8-5)(8-5)}$

$= \sqrt{...}$ ...4

= ... ...સ સેમી

15. 14 સેમી બાજ... ...ારસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?



Short cut

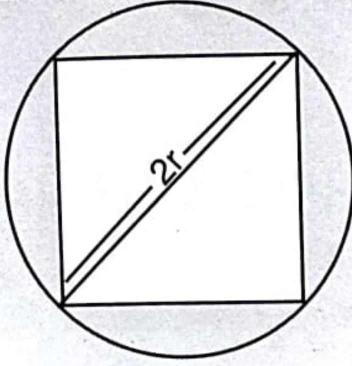
a સેમી બાજુના ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\pi a^2}{4}$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14 \times 14}{4}$

= 154 ચોરસ સેમી

16. 88 સેમી પરિઘ ધરાવતા વર્તુળની અંદર બનતા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?

Short cut



વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

$88 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$

$\frac{88 \times 7}{2 \times 22} = r$

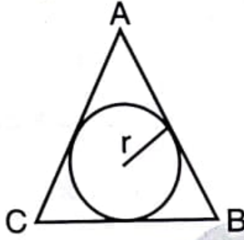
$14 = r$

r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની અંદર દોરેલા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= 2r^2$

$= 2 \times 14 \times 14$

$= 392$ ચોરસ સેમી

17. એક સમબાજુ ત્રિકોણના અંતઃવૃતની ત્રિજ્યા 10 સેમી હોય તો તેની ત્રિકોણની બાજુનું માપ શોધો.

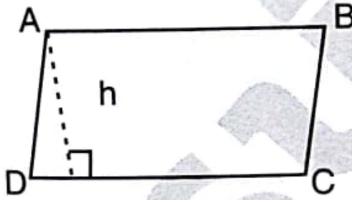


સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનું માપ $= 2\sqrt{3}\ r$

$= 2\sqrt{3} \times 10$

$= 20\sqrt{3}$ ચોરસ મીટર

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ



- જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુ સરખી અને સમાંતર હોય તે ચતુષ્કોણને સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.
- AB = CD અને AD = BC, AB II CD અને AD II BC
- સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x પાયો x ઉંચાઈ

18. એક સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણની બાજુનું માપ 10 સેમી અને તેની પરના લંબની લંબાઈ 6 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 10 \times 6$

$= 30$ ચો.સેમી.

સમબાજુ ચતુષ્કોણ



- જે ચતુષ્કોણની બધીજ બાજુ સરખી હોય તેને સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે. તેના વિકર્ણો પરસ્પર લંબરૂપે દુભાગે છે.
- દરેક સમબાજુ ચતુષ્કોણ ચોરસ નથી પરંતુ દરેક ચોરસ સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.
- સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x (વિકર્ણોનો ગુણાકાર)

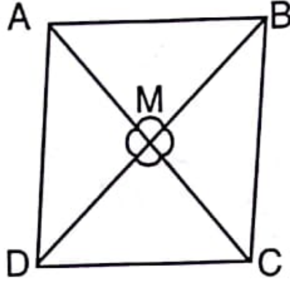
19. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણોનું માપ 8 સેમી અને 4 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય ?

સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x વિકર્ણોના માપનો ગુણાકાર

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$

= 16 ચોરસ સેમી

20. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુનું માપ 5 સે.મી અને વિકર્ણનું માપ 8 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



ધારો કે $AC = 8$

$\therefore AM = \frac{8}{2} = 4$

ΔAMBમાં $\angle AMB$ કાટખૂણો હોવાથી $AB^2 = AM^2 + MB^2$

$(5)^2 = (4)^2 + MB^2$

$9 = MB^2$

$3 = MB$

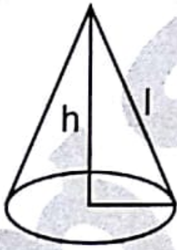
$\therefore BD = 6$ સે.મી

સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$

= 24 ચોરસ મીટર

21. એક શંકુનો વ્યાસ 24 મીટર અને ઉંચાઈ 9 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



વ્યાસ = 24 મીટર

ત્રિજ્યા = 12 મીટર

$l^2 = h^2 + r^2$

$= (9)^2 + (12)^2$

$= 81 + 144$

$= 225$

$l = 15$

શંકુનું ક્ષેત્રફળ $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 15$

$= \frac{3960}{7}$ ચોરસ મીટર

22. એક ઓરડાની લંબાઈ 10 મીટર, પહોળાઈ 12 મીટર અને ઉંચાઈ 5 મીટર છે તો તેનું ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય ?

ચાર દિવાલોનું ક્ષેત્રફળ $= 2h(l+b)$

$= 2 \times 5 (10+12)$

$= 10 (22)$

$= 220$ ચોરસ મીટર

23. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈમાં અનુક્રમે 10 % અને 20 % વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય ?

ધારોકે લંબચોરસની લંબાઈ $= x$ મીટર

પહોળાઈ $=$ y મીટર

ક્ષેત્રફળ $= x$y ચોરસમીટર

લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈમાં અનુક્રમે 10 % અને 20 %નો વધારો કરવાનો હોવાથી

લંબચોરસની નવી લંબાઈ $= x + x$ ના 10 % $= 1.1x$

નવી પહોળાઈ $=$ y + y ના 20 % $= 1.2$y

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= 1.1x \times 1.2y = 1.32xy$

ક્ષેત્રફળમાં વધારો $= 1.32xy - xy = 0.32xy$

xy ચોરસમીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો $= 0.32xy$

100 ચોરસમીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો = ?

$$\frac{0.32xy \times 100}{xy} = 32\%$$

$\therefore$ ક્ષેત્રફળમાં 32%નો વધારો થાય.

Short cut

જો લંબચોરસની લંબાઈમાં x % વધારો અને પહોળાઈમાં y % વધારો થાય તો ક્ષેત્રફળમાં $\left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$ વધારો થાય

વધારો (%) $= \left(10 + 20 + \frac{(10)(20)}{100}\right)\%$

$= \left(30 + \frac{200}{100}\right)\%$

$= (30 + 2)\%$

$= 32\%$

24. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 20% વધારો અને પહોળાઈમાં 30% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો અથવા વધારો થાય ?

Short cut

ઘટાડો અથવા વધારો $= \left(x + y + \frac{xy}{100}\right)\%$

$= \left(20 - 30 + \frac{(20)(-30)}{100}\right)\%$

$= (-10 - 6)\%$

$= -16\%$

ઋણની નિશાની ઘટાડો દર્શાવે છે તેથી 16 % ઘટાડો થાય.

25. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 25% વધારો કરવામા આવે છે તો તેની પહોળાઈમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવામાં આવે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફેરફાર ન થાય ?

ધારો કે લંબચોરસની લંબાઈ $= x$ મીટર

પહોળાઈ $= y$ મીટર

$\therefore$ ક્ષેત્રફળ $= xy$ ચોરસમીટર

તેની લંબાઈમાં 25 % વધારો કરવાનો હોવાથી નવી લંબાઈ $= x + x$ ના 25 %

$= x + 0.25x$

$= 1.25x$

ધારો કે તેની પહોળાઈમાં a% ઘટાડો કરવામાં આવે કે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં ફેરફાર ન થાય.

લંબચોરસની નવી પહોળાઈ $= y - y$ ના a % $= y - \frac{ya}{100}$

ક્ષેત્રફળ = લંબાઈ x પહોળાઈ

$xy = 1.25x \times \left(y - \frac{ya}{100}\right)$

$xy = 1.25xy\left(\frac{100 - a}{100}\right)$

$100 = 125 - 1.25a$

$-25 = -1.25a$

$\frac{-25}{-1.25} = a$

$\therefore a = 20$

પહોળાઈમાં 20% ઘટાડો કરવાથી ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફેરફાર ન થાય.

Short cut

જો લંબચોરસની લંબાઈમાં a% નો વધારો કરવામાં આવે અને ક્ષેત્રફળને મૂળ સ્થિતિમાં રાખવા માટે પહોળાઈમાં

$\left(\frac{100 \times x}{100+x}\right)\%$ ઘટાડો કરવો પડે.

પહોળાઈમાં કરવો પડતો ઘટાડો (%) $= \left(\frac{100 \times x}{100+x}\right)\%$

$= \left(\frac{100 \times 25}{100+25}\right)\%$

$= \left(\frac{2500}{125}\right)\%$

$= 20\%$

26. ચોરસની એક બાજુમાં 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય ?

ધારો કે ચોરસની બાજુનું માપ $= x$ મીટર

$\therefore$ તેનું ક્ષેત્રફળ $= x^2$ ચોરસમીટર

બાજુના માપમાં 20 % વધારો કરવાથી નવી બાજુનું માપ

$= x + x$ ના 20 %

$= 1.20x$

ક્ષેત્રફળ $= (1.20x)^2$

$= 1.44x^2$

ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો $= 1.44x^2 - x^2 = 0.44x^2$

x^2 ચોરસમીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો $= 0.44x^2$

$\therefore$ 100 ચોરસ મીટર ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો = ?

$\frac{0.44x^2 \times 100}{x^2} = 44\%$

Short cut

જો ચોરસની બાજુમાં x % નો વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો $= \left(2x + \frac{x^2}{100}\right)\%$

ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો (%) $= \left(2(20) + \frac{(20)^2}{100}\right)\%$

$= (40 + 4)\%$

$= 44\%$

27. જો એક ચોરસની બાજુના માપમાં 30 % ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય ?

Short cut

ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો (%) $= \left(2x - \frac{x^2}{100}\right)\%$

$= \left(2(30) - \frac{(30)^2}{100}\right)\%$

$= (60 - 9)\,\%$

$= 51\,\%$

∴ જો ચોરસની બાજુમાં 30 % ઘટાડો કરવામાં આવે તો ક્ષેત્રફળમાં 51 % ઘટાડો થાય.

28. જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળનો ગુણોતર 1:4 હોય તો તેની પરિમિતિનો ગુણોતર શોધો.

ધારો કે ચોરસની બાજુનું માપ $= x$

બીજા ચોરસની બાજુનું માપ $= y$

તેમના ક્ષેત્રફળનો ગુણોતર $= \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{4}$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ .... (1)

પહેલા ચોરસની પરિમિતિ $= 4x$

બીજા ચોરસની પરિમિતિ $= 4y$

$\frac{\text{પહેલા ચોરસની પરિમિતિ}}{\text{બીજા ચોરસની પરિમિતિ}} = \frac{4x}{4y} = \frac{x}{y}$ .....(2)

$\frac{\text{પહેલા ચોરસની પરિમિતિ}}{\text{બીજા ચોરસની પરિમિતિ}} = \frac{1}{2}$ (પરિણામ 1 અને 2 પરથી)

Short cut જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર $x : y$ હોય તો તેની પરિમિતિનો ગુણોતર $\sqrt{x} : \sqrt{y}$ થાય.

અહીં ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર 1:4 હોવાથી

પરિમિતિનો ગુણોત્તર 1:2 થાય

29. જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 10 % વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય ?

ધારો કે વર્તુળની ત્રિજ્યા $= r$

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 10 % વધારો થતા નવી ત્રિજ્યા

$= r + r$ ના 10 %

$= 1.1\, r$

વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \pi(1.1r)^2$

$= 1.21\pi r^2$

ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો $= 1.21\pi r^2 - \pi r^2$

$= 0.21\pi r^2$

πr^2 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો $= 0.21\pi r^2$

$\therefore$ 100 વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ હોય તો વધારો = ?

$$\frac{0.21\pi r^2 \times 100}{\pi r^2} = 21\%$$

Short cut

જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં r% નો વધારો થાય તો ક્ષેત્રફળમાં $\left(2r + \frac{r^2}{100}\right)\%$ વધારો થાય

ક્ષેત્રફળમા થતો વધારો (%) $= \left(2(10) + \frac{(10)^2}{100}\right)\%$

$= (20 + 1)\%$

$= 21\%$

30. જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 20% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

Short cut

જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં r% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં $\left(2r - \frac{r^2}{100}\right)\%$ ઘટાડો થાય.

ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો(%) $= \left(2(20) - \frac{(20)^2}{100}\right)\%$

$= (40 - 4)\%$

$= 36\%$

31. જો એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 50% વધારો કરવામાં આવે તો તેના પરિઘમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

ધારો કે વર્તુળની ત્રિજ્યા = r

તેનો પરિઘ $= 2\pi r$

ત્રિજ્યામાં 50% વધારો કરતા નવી ત્રિજ્યા

= r + r ના 50%

$= 1.5r$

નવો પરિઘ $= 2\pi(1.5)r$

$= 3\pi r$

પરિઘમાં થતો વધારો $= 3\pi r - 2\pi r$

$= \pi r$

$2\pi r$ પરિઘ હોય તો વધારો $= \pi r$

$\therefore$ 100 પરિઘ હોય તો વધારો = ?

$$\frac{\pi r \times 100}{2\pi r} = 50$$

જો ત્રિજ્યામાં 50% વધારો કરવામાં આવે તો પરિઘમાં પણ 50% વધારો થાય.

Short cut

જો કોઈ વર્તુળની ત્રિજ્યામાં r% નો વધારો કે ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના પરિઘમાં પણ r% નો વધારો કે ઘટાડો થાય છે.

32. એક ગોળાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

= 616 ચોરસ સેમી

33. એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 14 સેમી હોય તો તેની કુલ વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

અર્ધગોળાની કુલ વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

= 1848 ચોરસ સેમી

34. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઉંચાઈ 14 મીટર હોય તો તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 14$

= 352 ચોરસ મીટર

35. એક નળાકારની ત્રિજ્યાં 2 મીટર અને ઉચાઈ 5 મીટર હોય તો તેની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ = નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + બન્ને છેવાડાનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + 2\pi r^2$

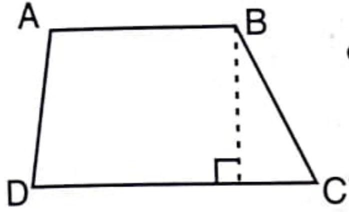
$= 2\pi r(h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2(5+2)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2(7)$$

= 88 ચોરસ મીટર

સમલંબ ચતુષ્કોણ



- જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુની એક જ જોડ સમાંતર હોય તેને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે.
- ABCD માં AB II CD છે.
- સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = 1/2 x સમાંતર બાજુનું અંતર x સમાંતર બાજુઓનો સરવાળો

36. એક સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓના માપ 12 સેમી અને 20 સેમી હોય અને તે સમાંતર બાજુઓ વચ્ચેનું અંતર 8 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x સમાંતરબાજુઓ વચ્ચેનું અંતર x સમાંતર બાજુઓના માપનો સરવાળો

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times (12+20)$$

= 128 ચોરસ સેમી

37. એક સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓના માપ અનુક્રમે 24 સેમી અને 52 સેમી છે. જ્યારે સમાંતર ન હોય તેવી બાજુના માપ 26 સેમી અને 30 સેમી છે તો સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

K = સમાંતર બાજુઓની લંબાઈનો તફાવત = 52 - 24 = 28

$a = 24,\ b = 52,\ c = 26,\ d = 30$

$$s = \frac{k+c+d}{2} = \frac{28+26+30}{2} = \frac{84}{2} = 42$$

ક્ષેત્રફળ $= \frac{a+b}{k} \sqrt{s(s-k)(s-c)(s-d)}$

$$= \frac{24+52}{28} \sqrt{42(42-28)(42-26)(42-30)}$$

$$= \frac{76}{28} \sqrt{42(14)(16)(12)}$$

= 912 ચો.મી.

પ્રેક્ટિસ

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ 18 મીટર અને ક્ષેત્રફળ 216 ચોરસ મીટર હોય તો તેની પહોળાઈ કેટલી હશે?
2. એક લંબચોરસની લંબાઈ 16 મીટર અને વિકર્ણની લંબાઈ 20 મીટર હોય તો પહોળાઈ કેટલા મીટર હશે?
3. એક લંબચોરસની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 3 : 2 છે. જો તેની પરિમિતિ 240 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. એક ચોરસની બાજુ બમણી કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ગણો વધારો થાય?
5. એક ચોરસનું ક્ષેત્રફળ 324 ચોરસ મીટર હોય તો તેના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.
6. એક વર્તુળનો વ્યાસ 28 સેમી હોય તો તેનો પરિઘ શોધો.
7. એક વર્તુળાકાર બગીચાની ત્રિજ્યા 49 મીટર હોય તો બગીચાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
8. 56 સેમી વ્યાસના અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ શોધો.
9. એક વર્તુળાકાર બગીચાનો પરિઘ 56π છે. જો તેની ફરતે 7 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
10. એક લંબચોરસ મેદાનની લંબાઈ 300 મીટર અને પહોળાઈ 200 મીટર છે તેની વચ્ચે 15 મીટર પહોળા બે રસ્તા એકબીજાને લંબરૂપે આવેલા હોય તો બન્ને રસ્તાઓનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
11. એક લંબચોરસની લંબાઈ 60 મીટર અને પહોળાઈ 20 મીટર છે. તેની બહાર ચારેય તરફ 5 મીટર પહોળો રસ્તો હોય તો રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
12. એક લંબચોરસ બગીચાની લંબાઈ 120 મીટર અને પહોળાઈ 150 મીટર છે. તો તેની અંદરની બાજુ 5 મીટર પહોળો રસ્તો બનાવવાનો ખર્ચ રૂ.60ના ચોરસ મીટરે કેટલો થાય?
13. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ 1260 ચોરસ મીટર છે અને તેની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 5:7 હોય તો તેની પરિમિતિ શોધો.
14. એક ત્રિકોણની બાજુના માપ અનુક્રમે 12 સેમી. 10 સેમી અને 10 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
15. 56 સેમી બાજુના ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
16. .176 સેમી પરિઘ ધરાવતા વર્તુળની અંદર બનતા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
17. એક સમબાજુ ત્રિકોણની અંતવૃતની ત્રિજ્યા 20 સેમી હોય તો તે ત્રિકોણની બાજુનું માપ શોધો.
18. એક સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણની બાજુનું માપ 20 સેમી અને તેના પરના લંબની લંબાઈ 12 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
19. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ 54 સેમી છે જો તેના એક વિકર્ણનું માપ 9 સેમી હોય તો બીજા વિકર્ણનું માપ શોધો.
20. એક સમબાજુ ચતુષ્કોણની બાજુનું માપ 10 સેમી અને વિકર્ણનું માપ 16 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
21. એક સમલંબ ચતુષ્કોણની સમાંતર બાજુઓના માપ 6 સેમી અને 15 સેમી હોય અને તેની સમાંતર બાજુઓ

વચ્ચેનું અંતર 10 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસસેમી થાય?

22. એક ઓરડાની લંબાઈ 12 મીટર, પહોળાઈ 15 મીટર અને ઉંચાઈ 10 મીટર હોય તો તેની ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

23. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 5 % અને પહોળાઈમાં 10 % વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

24. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 30% વધારો અને પહોળાઈમાં 40% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

25. એક લંબચોરસની લંબાઈમાં 60% વધારો કરવાથી તેની પહોળાઈમાં કેટલા ટકા ઘટાડો કરવામાં આવે કે જેથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કંઈ ફેરફાર ન થાય?

26. ચોરસની એકબાજુમાં 30% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

27. એક ચોરસની એકબાજુમાં 40% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

28. જો બે ચોરસના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર 9:16 હોય તો તેની પરિમિતિનો ગુણોત્તર શોધો.

29. જો વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

30. એક વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 25% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય?

31. જો કોઈ વર્તુળની ત્રિજ્યામાં 25 % વધારો કરવામાં આવે તો તેના પરિઘમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?

32. એક ગોળાની ત્રિજ્યા 28 સેમી હોય તો તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચો.સેમી થાય?

33. એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો તેની કુલ વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

34. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 2 મીટર અને ઊંચાઈ 7 મીટર હોય તો તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

35. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઉંચાઈ 10 મીટર હોય તો તેની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?

36. એક શંકુની તિરકસ ઉંચાઈ 14 મીટર અને ત્રિજ્યા 3 મીટર હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જવાબો

1. લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$216 = 18 \times b$

$12 = b$ $\therefore$ પહોળાઈ = 12 મીટર

2. લંબચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ $= \sqrt{l^2 + b^2}$

$20 = \sqrt{(16)^2 + b^2}$

$400 = (16)^2 + b^2$

$400 = 256 + b^2$

$144 = b^2$ $\therefore 12 = b$

$\therefore$ પહોળાઈ = 12 મીટર

3. ધારો કે લંબાઈ $= 3x$, પહોળાઈ $= 2x$

લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2(l+b)$

$240 = 2(3x+2x)$

$240 = 10x$

$24 = x$

$\therefore$ લંબાઈ $= 3x = 3 \times 24 = 72$, પહોળાઈ $= 2x = 2 \times 24 = 48$

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$= 72 \times 48$

$= 3456$ ચો.મીટર

4. ધારોકે ચોરસની બાજુનું માપ $= l$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ $= l^2$

બાજુની લંબાઈ બમણી કરવાથી $= 2l$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ $= (2l)^2 = 4l^2$

$\therefore$ ક્ષેત્રફળમાં ચારગણો વધારો થાય.

5. ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= 324$

$l^2 = 324$ $\therefore l = 18$

વિકર્ણની લંબાઈ $= \sqrt{2}\, l$

$= \sqrt{2} \times 18$

$= 18\sqrt{2}$

6. વ્યાસ $= 28$ સેમી $\therefore$ ત્રિજ્યા $= 14$ સેમી

વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

$= 88$

7. વર્તુળાકાર બગીચાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 49 \times 49$

$= 7546$ ચોરસ મીટર

8. અર્ધવર્તુળની પરિમિતિ $= \pi r + 2r$

$= \frac{22}{7} \times 28 + 2(28)$

$= 88 + 56$

$= 144$ સેમી

9. વર્તુળાકાર બગીચાનો પરિઘ $= 2\pi r$

$56\pi = 2\pi r$

$28 = r$

Short cut

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= \pi d(2r+d)$

$= \frac{22}{7} \times 7 (2 \times 28 + 7)$

$= 22(56+7)$

$= 22(63)$

$=$ 1386 ચો.મીટર

Short cut

10. બન્ને રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= d(l+b-d)$

$= 15(300+200-15)$

$= 15(485)$

$=$ 7275 ચો.મીટર

Short cut

11.

જો બહારની બાજુ રસ્તો હોય તો

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= 2d(l+b+2d)$

$= 2(5)[60+20+2(5)]$

$= 10(90)$

$=$ 900 ચોરસ મીટર

Short cut

12. જો રસ્તો અંદરની બાજુએ હોય તો

રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ $= 2d[l+b-2d]$

$= 2 \times 5[120+150-2(5)]$

$= 10(260)$

$= 2600$

રસ્તાનો ખર્ચ $= 2600 \times 60$

$=$ 1,56,000રૂ.

13. ધારો કે લંબચોરસની લંબાઈ $= 5x$ મીટર

પહોળાઈ $= 7x$ મીટર

લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= l \times b$

$$1260 = 5x \times 7x$$
$$1260 = 35x^2$$
$$36 = x^2$$
$$6 = x$$

લંબાઈ $= 5x = 5 \times 6 = 30$

પહોળાઈ $= 7x = 7 \times 6 = 42$

લંબચોરસની પરિમિતિ $= 2(l + b)$

$= 2(30 + 42)$

$= 144$ મીટર

14. $a = 12,\ \ b = 10,\ \ c = 10$

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$
$$= \frac{12+10+10}{2} = 16$$

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16(16-12)(16-10)(16-10)}$

$= \sqrt{16(4)(6)(6)}$

$= \sqrt{2304}$

$= 48$ ચોરસ સેમી

15. 56 સેમી બાજુવાળા ચોરસની અંદર દોરાતા મોટામાં મોટા વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{\pi a^2}{4}$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{56 \times 56}{4} = 2464$$

16. વર્તુળનો પરિઘ $= 2\pi r$

$$176 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$
$$\frac{176 \times 7}{2 \times 22} = r$$
$$r = 28$$

r ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળની અંદર દોરેલા મોટામાં મોટા ચોરસનું ક્ષેત્રફળ $= 2r^2$

$= 2 \times (28)^2 = 1568$ ચો.સે.મી.

17. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનું માપ $= 2\sqrt{3}r$

$= 2\sqrt{3} \times 20$

$= 40\sqrt{3}$ ચો.મીટર

18. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times 20 \times 12$

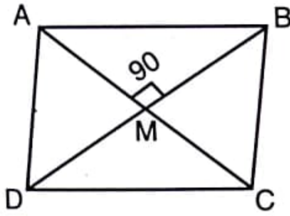
$= 120$ ચો.સેમી.

19. સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x વિકર્ણોના માપનો ગુણાકાર

$54 = \frac{1}{2} \times 9 \times$ બીજા વિકર્ણનું માપ

$\frac{108}{9} =$ બીજાવિકર્ણનું માપ

$12 =$ બીજા વિકર્ણનું માપ

20. 

ધારોકે $BD = 16$

$\therefore BM = 8$

ΔAMB માં $\angle AMB$ કાટખૂણો હોવાથી

$AB^2 = AM^2 + BM^2$

$(10)^2 = AM^2 + (8)^2$

$100 = AM^2 + 64$

$36 = AM^2$

$6 = AM$

$AC = 2AM = 2 \times 6 = 12$

સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$

$= 96$ ચોરસ મીટર

21. સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}$ x સમાંતર બાજુઓના માપનો સરવાળો x સમાંતર બાજુઓના માપ વચ્ચેનું અંતર

$= \frac{1}{2} \times (6 + 15) \times 10$

$= 105$ ચો.સેમી.

22. ચાર દિવાલનું ક્ષેત્રફળ $= 2h(l+b)$

$= 2(10)(12+15)$

$= 20(27)$

$= 540$ ચો.મીટર

23. ક્ષેત્રફળમાં થતો વધારો (%) $= \left(5+10+\frac{(5)(10)}{100}\right)\%$

$= (15+0.5)\%$

$= 15.5\%$

24. ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો(%) $= \left(30-40+\frac{(30)(-40)}{100}\right)\%$

$= \left(-10+\frac{(-1200)}{100}\right)\%$

$= (-10-12)\%$

$= -22\%$

25. પહોળાઈમાં કરવો પડતો ઘટાડો (%) $= \left(\frac{100 \times x}{100+x}\right)\%$

$= \left(\frac{100 \times 60}{160}\right)\%$

$= \left(\frac{6000}{160}\right)\%$

$= 37.5\%$

26. ટકામાં વધારો $= \left(2x+\frac{x^2}{100}\right)\%$

$= \left(2(30)+\frac{(30)^2}{100}\right)\%$

$= \left(60+\frac{900}{100}\right)\%$

$= 69\%$

27. ટકામાં ઘટાડો $= \left(2x-\frac{x^2}{100}\right)\%$

$= \left(2(40)-\frac{(40)^2}{100}\right)\%$

$$= \left(80 - \frac{1600}{100}\right)\%$$

$$= (80 - 16)\%$$

$$= 64\%$$

28. જો ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર $x : y$ હોય તો પરિમિતિનો ગુણોત્તર $\sqrt{x} : \sqrt{y}$ થાય એટલે કે 3:4 થાય.

29. ટકામાં વધારો $= \left(2(20) + \frac{(20)^2}{100}\right)\%$

$$= \left(40 + \frac{400}{100}\right)\%$$

$$= 44\%$$

30. ક્ષેત્રફળમાં થતો ઘટાડો (%) $= \left(2(25) - \frac{(25)^2}{100}\right)\%$

$$= (50 - 6.25)\%$$

$$= 43.75\%$$

31. જો ત્રિજ્યામાં 25 % વધારો કરવામાં આવે તો પરિઘમાં પણ 25 % વધારો થાય.

32. ગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 28 \times 28$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ = 9856 ચો.સેમી.

33. અર્ધગોળાની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 3\pi r^2$

$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ = 462 ચો.સેમી.

34. નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 7$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ = 88 ચો.મીટર

35. નળાકારની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ $= 2\pi r(h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4\,(10 + 4)$$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 14$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ = 352 ચો.મીટર

36. શંકુનું ક્ષેત્રફળ $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 14$ $\therefore$ ક્ષેત્રફળ = 132 ચો.મીટર

1. એક ગોળાનો વ્યાસ 42 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

વ્યાસ = 42 સેમી

ત્રિજ્યા = 21 સેમી

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$

= 38808 ઘન સેમી

2. એક અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા 21 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

ત્રિજ્યા = 21 સેમી

અર્ધગોળાનું ઘનફળ $= \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21$

= 19404 ઘન સેમી

3. એક ગોળાના ઘનફળને તેના ક્ષેત્રફળ વડે ભાગવાથી 27 સેમી આવે છે તો તેનો વ્યાસ શોધો.

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

ગોળાનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

$$\frac{\frac{4\pi r^3}{3}}{4\pi r^2} = 27$$

$$\frac{r}{3} = 27$$

$\therefore r = 81$

$\therefore$ ત્રિજ્યા = 81 સેમી

$\therefore$ વ્યાસ = 162 સેમી

4. 9 સેમી ત્રિજ્યાના ગોળાને ઓગાળીને 4 મીમી વ્યાસના તારમાં ફેરવવામાં આવે તો તારની લંબાઈ શોધો.

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \pi \times 9 \times 9 \times 9$

$= 972\pi$

$$તારનું ઘનફળ = \pi r^2h$$
$$= \pi \times 0.2 \times 0.2 \times h$$
$$= \frac{4\pi h}{100}$$

વ્યાસ = 4 મીમી

ત્રિજ્યા = 2 મીમી = 0.2 સેમી

$$ગોળાનું ઘનફળ = તારનું ઘનફળ$$
$$972\pi = \frac{4\pi h}{100}$$
$$\frac{972\pi \times 100}{4\pi} = h$$
$$24300 = h$$

∴ તારની લંબાઈ 24300 સેમી હશે.

Short cut

$$નળાકાર(તાર)ની લંબાઈ = \frac{4 \times (ગોળાની ત્રિજ્યા)^3}{3 \times (નળાકારની ત્રિજ્યા)^2}$$
$$= \frac{4 \times (9)^3}{3 \times (0.2)^2}$$
$$= \frac{4 \times 9 \times 9 \times 9 \times 10 \times 10}{3 \times 2 \times 2}$$
$$= 24300 \text{ સેમી}$$

5. 6 સેમી ત્રિજ્યા અને 28 સેમી ઉંચાઈ ધરાવતા નળાકારને ઓગાળતા તેમાંથી 0.75 સેમી ત્રિજ્યાની કેટલી ગોળીઓ બને?

$$ગોળીઓની સંખ્યા = \frac{નળાકારનું ઘનફળ}{ગોળીનું ઘનફળ} = \frac{\pi r^2h}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$
$$= \frac{\pi \times 6 \times 6 \times 28}{\frac{4}{3} \times \pi \times 0.75 \times 0.75 \times 0.75}$$
$$= 1792$$

6. 2 સેમી ત્રિજ્યાની 64 ગોળીઓને ઓગાળીને બનતા એક મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા શોધો.

$$ગોળીનું ઘનફળ = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi(2)^3$$
$$= \frac{32\pi}{3} \text{ ઘન સેમી}$$

64 ગોળીનું ઘનફળ $= 64 \times \frac{32\pi}{3}$ ઘનસેમી

જો મોટા ગોળાની ત્રિજ્યા R હોય તો

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\frac{64 \times 32\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$512 = R^3$$

$$R = 8$$

Short cut

જ્યારે નાની ગોળીમાંથી મોટો ગોળો બનાવવાનો હોય ત્યારે ગોળાની ત્રિજ્યા(R)= $r \times \sqrt[3]{n}$

$= 2 \times \sqrt[3]{64}$

$= 2 \times 4$

$= 8$ સેમી

7. 32 સેમી વ્યાસના ગોળામાંથી 2 સેમી વ્યાસની કેટલી ગોળીઓ બનશે ?

વ્યાસ = 32 સેમી ત્રિજ્યા = 16 સેમી

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 16 \times 16 \times 16$

$= \frac{16384\pi}{3}$ ઘનસેમી

ગોળીનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$ વ્યાસ = 2 સેમી ત્રિજ્યા = 1 સેમી

$= \frac{4}{3}\pi \times 1 \times 1 \times 1$

$= \frac{4\pi}{3}$ ઘનસેમી

ગોળીની સંખ્યા $= \frac{\frac{16384\pi}{3}}{4\pi/3}$

$= 4096$

$\therefore$ 4096 ગોળીઓ બને

Short cut જ્યારે એક મોટા ગોળામાંથી નાના ગોળા કે ગોળીઓ બનાવવાની હોય ત્યારે

$$\text{ગોળીઓની સંખ્યા} = \left(\frac{\text{મોટી ત્રિજ્યા}}{\text{નાની ત્રિજ્યા}}\right)^3$$

$$= \left(\frac{16}{1}\right)^3$$

$$= 4096$$

8. જો બે ગોળાના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર 1:4 હોય તો તેમના ઘનફળનો ગુણોત્તર શોધો.

Short cut

$$(\text{ગોળાના ક્ષેત્રફળોનો ગુણોત્તર})^3 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$(1:4)^3 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$1:64 = (\text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર})^2$$

$$1:8 = \text{ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર}$$

9. એક ગોળાની ત્રિજ્યામાં 10% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા વધારો થશે ?

ધારો કે ગોળાની ત્રિજ્યા $= r$

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

ગોળાની ત્રિજ્યામાં થતો વધારો $= r + r$ ના 10%

$= r + 0.r$

$= 1.1r$

ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi(1.1r)^3$

$= \frac{4}{3}\pi(1.331r^3)$

ગોળાના ઘનફળમાં થતો વધારો $= \frac{4}{3}\pi(1.331r^3) - \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi r^3(1.331 - 1)$

$= \frac{4}{3}\pi r^3(0.331)$

$= (0.331)\frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi r^3$ ઘનફળ હોય તો થતો વધારો $= 0.331\frac{4}{3}\pi r^3$

$\therefore$ 100 ઘનફળ હોય તો થતો વધારો $= ?$

$$\therefore \frac{0.331 \times 4 \times \pi \times r^3 \times 3 \times 100}{4 \times \pi \times r^3 \times 3}$$

$$= 33.1$$

$\therefore$ ગોળાની ત્રિજ્યામાં 10% વધારો કરવાથી ઘનફળમાં 33.1% વધારો થાય.

Short cut

જો ગોળાની ત્રિજ્યામાં x% નો વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં

$$\left(3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000}\right)\%$$ નોવધારો થાય.

$$\text{થતો વધારો}(\%) = \left(3(10) + \frac{3(10)^2}{100} + \frac{(10)^3}{10000}\right)\%$$

$$= (30+3+0.1)\%$$

$$= 33.1\%$$

10. એક ઘનની લંબાઈ 4 સેમી, પહોળાઈ 6 સેમી અને ઉંચાઈ 5 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

ઘનનું ઘનફળ = લંબાઈ x પહોળાઈ x ઉંચાઈ

= 4 x 6 x 5

= 120 ઘનસેમી

11. એક ઘનની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર 8 : 5 છે. જો તેનું ઘનફળ 6000 ઘનસેમી હોય અને ઉંચાઈ 6 સેમી હોય તો તેની પહોળાઈ શોધો.

ઘનની લંબાઈ અને પહોળાઈનો ગુણોત્તર = 8 : 5

ધારોકે લંબાઈ = $8x$ સેમી અને પહોળાઈ = $5x$ સેમી

ઉંચાઈ = 6 સેમી

ઘનનું ઘનફળ = લંબાઈ x પહોળાઈ x ઉંચાઈ

$6000 = 8x \times 5x \times 6$

$6000 = 240x^2$

$25 = x^2$

$5 = x$

∴ ઘનની લંબાઈ = $8x$ = 8 x 5 = 40 સેમી   પહોળાઈ = $5x$ = 5 x 5 = 25 સેમી

12. એક ઘનની લંબાઈ 6 સેમી, પહોળાઈ 3 સેમી અને ઉંચાઈ 2 સેમી છે તો તેની સપાટીનું કુલ ક્ષેત્રફળ શોધો.

ઘનનું કુલ ક્ષેત્રફળ = 2 [l b + bh + hl]

= 2 [(6) (3) + (3) (2) + (2) (6)]

= 2(18 + 6 + 12)

= 2 (36)

= 72 ચો.સેમી

13. એક સમઘનની એક બાજુની લંબાઈ 11 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ કેટલું થાય?

સમઘનનું ઘનફળ = l^3

= $(11)^3$ = 1331 ઘનસેમી

14. એક સમઘનની એક બાજુની લંબાઈ 8 સેમી હોય તો તેના પૃષ્ઠભાગોનું ક્ષેત્રફળ કેટલું હશે ?

$$\text{સમઘનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ} = 6l^2$$
$$= 6(8)^2$$
$$= 384 \text{ ઘનસેમી}$$

15. એક સમઘનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ 600 ચોરસ સેમી હોય તો તેના મોટામાં મોટા કર્ણનું માપ શોધો.

$$\text{સમઘનના પૃષ્ઠભાગોનું ક્ષેત્રફળ} = 6l^2$$
$$600 = 6l^2$$
$$100 = l^2$$
$$l = 10$$
$$\text{સમઘનના કર્ણની લંબાઈ} = \sqrt{3}l$$
$$= \sqrt{3} \times 10$$
$$= 10\sqrt{3} \text{ સેમી}$$

16. એક નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 1056 ચોરસસેમી છે. જો તેની ઉંચાઈ 8 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ શોધો.

$$\text{નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ} = 2\pi rh$$
$$\therefore 2\pi rh = 1056$$
$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 8 = 1056$$
$$r = \frac{1056 \times 7}{2 \times 22 \times 8}$$
$$r = 21$$
$$\text{નળાકારનું ઘનફળ} = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 8$$
$$= 11088 \text{ ઘનસેમી}$$

17. એક શંકુની ઉંચાઈ 18 સેમી અને વ્યાસ 14 સેમી હોય તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.

$$\text{શંકુનું ઘનફળ} = \frac{1}{3}\pi r^2 h \qquad \text{વ્યાસ} = 14 \text{ સેમી} \quad \therefore \text{ત્રિજ્યા} = 7 \text{ સેમી}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 18$$
$$= 924 \text{ ઘનસેમી}$$

18. એક દિવાલની લંબાઈ 15 મીટર, જાડાઈ 40 સેમી અને પહોળાઈ 2.50 મીટર છે તો 25 સેમી x 15 સેમી x 10 સેમી માપની કેટલી ઈંટોની જરૂર પડે ?

$$\text{દિવાલનું ઘનફળ} = l \times b \times h$$

$= 15 \times 2.5 \times 0.40$

$= 15$ ઘનમીટર

ઈંટનું ઘનફળ $= 0.25 \times 0.15 \times 0.10$

$= 0.00375$ ઘનમીટર

ઈંટોની સંખ્યા $= \dfrac{15}{0.00375}$

$= 4000$ ઈંટ

19. ત્રણ સમઘનોની બાજુના માપ અનુક્રમે 8 સેમી, 10 સેમી અને 6 સેમી છે. તે ત્રણેયને ઓગાળીને તેમાંથી મો સમઘન બનાવવાનો હોય તો તેની બાજુની લંબાઈ શોધો.

ત્રણેય સમઘનોનું ઘનફળ $= (8)^3 + (10)^3 + (6)^3$

$= 512 + 1000 + 216$

$= 1728$ ઘનસેમી

મોટા સમઘનનું ઘનફળ $= 1728$

$a^3 = 1728$

$a = 12$

Short cut

મોટા સમઘનની બાજુની લંબાઈ $= \sqrt[3]{(6)^3 + (8)^3 + (10)^3}$

$= \sqrt[3]{216 + 512 + 1000}$

$= \sqrt[3]{1728}$

$= 12$

20. 3 સેમી બાજુવાળા એક સમઘનને ઓગાળીને 1 સેમી બાજુવાળા કેટલા સમઘન બને ?

3 સેમી બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$= (3)^3$

$= 27$

1 સેમી બાજુવાળા સમઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$= (1)^3$

$= 1$

સમઘનોની સંખ્યા $= \dfrac{27}{1} = 27$

Short cut સમઘનોની સંખ્યા $= \left(\dfrac{\text{મોટી બાજુનું માપ}}{\text{નાની બાજુનું માપ}}\right)^3$

$= \left(\dfrac{3}{1}\right)^3 = 27$

21. એક લોખંડના પોલા નળાકારની બહારનો વ્યાસ 50 સેમી અને અંદરનો વ્યાસ 46 સેમી છે. જો તેની લંબાઈ 140 સેમી હોય તો લોખંડની ધાતુનું ઘનફળ શોધો.

Short cut

ધાતુ(લોખંડનું) ઘનફળ $= \pi \times h\left[(\text{બહારની ત્રિજ્યા})^2 - (\text{અંદરની ત્રિજ્યા})^2\right]$

$= \frac{22}{7} \times 140\left[(25)^2 - (23)^2\right]$

$= 42240$

22. 5 મીટર ઉંચી, 3 મીટર લાંબી અને 2 મીટર પહોળી ટાંકીમાં કેટલા લિટર પાણી સમાય શકે?

ટાંકીનું ઘનફળ $= l \times b \times h$

$= 3 \times 2 \times 5$

= 30 ઘનમીટર

1 ઘનમીટર = 1000 લિટર

$\therefore$ 30 ઘનમીટર = ?

30×1000 = 30,000 લિટર

પ્રેક્ટિસ

1. એક ગોળાની ત્રિજ્યા 10.5 સેમી હોય તો તેનું ઘનફળ કેટલા ઘનસેમી થાય?
2. એક ગોળાનું ઘનફળ 38808 ઘનસેમી છે તો તેની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
3. એક સમઘનના પૃષ્ઠફળોનું કુલ ક્ષેત્રફળ 1734 ચોરસ સેમી છે તો તેનું ઘનફળ શોધો.
4. એક ગોળાની ત્રિજ્યા 6 સેમી છે તો તેમાંથી 1 સેમી વ્યાસની નાની કેટલી ગોળીઓ બનશે?
5. 28 સેમી ઉંચાઈ અને 6 સેમી ત્રિજ્યાના નળાકારમાંથી 1.5 સેમી વ્યાસની કેટલી ગોળીઓ બનશે?
6. 10 સેમી x 3 સેમી x 4 સેમી માપની ઈંટના પૃષ્ઠફળોનું ક્ષેત્રફળ કેટલું થાય?
7. એક ગોળાનો વ્યાસ 12 સેમી છે તો તેમાંથી 3 સેમી વ્યાસનો કેટલી લંબાઈનો તાર મળે?
8. એક શંકુની ઉંચાઈ 24 સેમી અને પાયાની ત્રિજ્યા 7 સેમી હોય તો શંકુનું ઘનફળ શોધો.
9. 4 મીટર લાંબી, 3 મીટર પહોળી અને 13 સેમી ઉંચી દીવાલ બનાવવા માટે 20 સેમી x 12 સેમી x 6.5 સેમી માપની કેટલી ઈંટો જોઈએ?
10. 5 સેમી વ્યાસના પાઈપમાંથી એક ટાંકી 1 કલાકમાં પૂરી ભરાય છે જો પાઈપનો વ્યાસ 10 સેમી કરવામાં આવે તો ટાંકી કેટલા સમયમાં ભરાય?
11. જો ગોળાની ત્રિજ્યામાં 20% વધારો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય?
12. એક ટાંકીમાં 42000 લિટર પાણીની ક્ષમતા છે. જો તેની લંબાઈ 6 મીટર અને પહોળાઈ 3.5 મીટર હોય તો તેની ઉંડાઈ શોધો.
13. એક સમઘનના પૃષ્ઠભાગનું ક્ષેત્રફળ 2400 ઘન સેમી હોય તો તેમાથી બનતા ગુરુત્તમ કર્ણનું માપ શોધો.

14. એક નળાકારની ત્રિજ્યા અને ઉંચાઈમાં 10% વધારો કરવાથી તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય ?

15. એક સમઘનની બાજુની લંબાઈમાં 50% ઘટાડો કરવામાં આવે તો તેના ઘનફળમાં કેટલા ટકા ઘટાડો થાય ?

જવાબો

1. ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{105}{10} \times \frac{105}{10} \times \frac{105}{10}$

$= 4851$ ઘન સેમી

2. ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$38808 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$

$\frac{38808 \times 3 \times 7}{4 \times 22} = r^3$

$9261 = r^3$

$(21)^3 = r^3$

$r = 21$ સેમી

ગોળાનું ક્ષેત્રફળ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 5544$ ઘનસેમી

3. સમઘનના પૃષ્ઠફળોનું ક્ષેત્રફળ $= 6l^2$

$1734 = 6l^2$

$289 = l^2$

$17 = l$

સમઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$= (17)^3$

$= 4913$ ઘનસેમી

4. ગોળાનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi(6)^3$

$= 288\pi$ ઘનસેમી

ગોળીનું ઘનફળ $= \frac{4}{3}\pi(\frac{1}{2})^3$

$= \frac{\pi}{6}$ ઘનસેમી

ગોળીની સંખ્યા $= \frac{288\pi \times 6}{\pi} = 1728$

Short cut

$$\text{ગોળીની સંખ્યા} = \left(\frac{\text{મોટી ત્રિજ્યા}}{\text{નાની ત્રિજ્યા}}\right)^3$$

$$= \left(\frac{6}{1/2}\right)^3$$

$$= 1728$$

5. $$\text{નળાકારનું ઘનફળ} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times 6 \times 6 \times 28$$

$$= 36 \times 28\pi \text{ ઘનસેમી}$$

$$\text{ગોળીનું ઘનફળ} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{4}\right)^3 \qquad \text{વ્યાસ} = \frac{3}{2} \text{ સેમી} \quad \therefore \text{ ત્રિજ્યા} = \frac{3}{4} \text{ સેમી}$$

$$= \frac{9}{16}\pi \text{ ઘનસેમી}$$

$$\text{ગોળીની સંખ્યા} = \frac{36 \times 28\pi \times 16}{9\pi} = 1792$$

6. $$\text{ઈંટના પૃષ્ઠફળોનું ક્ષેત્રફળ} = 2(l \times b + b \times h + l \times h)$$

$$= 2(30 + 12 + 40)$$

$$= 164 \text{ ચોરસ સેમી}$$

7. $$\text{ગોળાનો વ્યાસ} = 12 \text{ સેમી}$$

$$\text{ત્રિજ્યા} = 6 \text{ સેમી}$$

$$\text{ગોળાનું ઘનફળ} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi (6)^3$$

$$= 288\pi \text{ ઘનસેમી}$$

$$\text{તારનું ઘનફળ} = \pi r^2 h$$

$$= \pi \times (1.5)^2 \times h$$

$$= (2.25)\pi h \text{ ઘનસેમી}$$

$$\therefore 288\pi = (2.25)\pi h$$

$$h = 128$$

$\therefore$ તારની લંબાઈ 128 સેમી થાય.

8. શંકુનું ઘનફળ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$

$= 1232$ ઘનસેમી

9. દીવાલનું ઘનફળ = $400 \times 300 \times 13$ ઘનસેમી

ઈંટનું ઘનફળ = $20 \times 12 \times 6.5$ ઘનસેમી

ઈંટોની સંખ્યા = $\frac{400 \times 300 \times 13}{20 \times 12 \times 6.5}$

$= 1000$

10. વ્યાસ = 5 સેમી

ત્રિજ્યા = $5/2$ સેમી

પાઈપનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

$= \frac{25}{4}\pi h$

જો વ્યાસ = 10 $\therefore$ ત્રિજ્યા = 5

ઘનફળ = $\pi r^2 h$

$= (25)\pi h$

બન્નેના ઘનફળનો ગુણોત્તર 1:4 હોવાથી સમયનો ગુણોત્તર 4:1 થશે.

$\therefore$ લાગતો સમય $= \frac{60}{4} = 15$ મિનિટ

11. ઘનફળમાં વધારો% $= \left(3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000}\right)\%$

$= \left(3(20) + \frac{3(20)^2}{100} + \frac{(20)^3}{10000}\right)\%$

$= (60 + 12 + 0.8)\%$

$= 72.8\%$

12. ટાંકીનું ઘનફળ = 42000 લિટર = 42 ઘનમીટર

ટાંકીનું ઘનફળ = $l \times b \times h$

$42 = 6 \times 3.5 \times h$

$2 = h$

$\therefore$ ટાંકી 2 મીટર ઊંડી હશે.

13. સમઘનના પૃષ્ઠભાગોનું ક્ષેત્રફળ = $6l^2$

$2400 = 6l^2$

$400 = l^2$

$20 = l$

સમઘનના કર્ણની લંબાઈ $= 3\sqrt{l}$

$= \sqrt{3} \times 20$

$= 20\sqrt{3}$

14. ઘનફળમાં વધારો% $= \left(3x + \frac{3x^2}{100} + \frac{x^3}{10000}\right)\%$

$= \left(3(10) + \frac{3(10)^2}{100} + \frac{(10)^3}{10000}\right)\%$

$= (30 + 3 + 0.1)\%$

$= 33.1\%$

15. ઘનફળમાં ઘટાડો % $= \left(3(-50) + \frac{3(-50)^2}{100} + \frac{(-50)^3}{10000}\right)\%$

$= (-150 + 75 - 12.5)\%$

$= -87.5\%$

નળ અને ટાંકી

1. એક ટાંકી A નળથી 15 મિનિટમાં અને B નળથી 10 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 15 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{15}$

B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 10 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{10}$

બન્ને નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{15}+\frac{1}{10}$

$= \frac{2+3}{30}$

$= \frac{5}{30}$

$= \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 1 મિનિટ

$\therefore$ 1 ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = ?

$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{6}} = 6$ મિનિટ

Short cut

જો ટાંકી A નળથી x સમયમાં અને B નળથી y સમયમાં ભરાય તો બન્ને નળથી ટાંકી $\frac{xy}{x+y}$ સમયમાં ભરાય.

બન્ને નળથી ભરાતા લાગતો સમય = $\frac{xy}{x+y}$

$= \frac{15 \times 10}{15+10}$

= 6 મિનિટ

2. એક ટાંકી A નળથી 10 મિનિટમાં, B નળથી 12 મિનિટમાં અને C નળથી 60 મિનિટમાં ભરાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ખાલી ટાંકીને પૂરી ભરાતા કેટલો સમય લાગશે ?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 10 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{10}$

B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 12 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{12}$

C નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 60 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{60}$

ત્રણેય નળ સાથે ચાલુ કરતા 1 મિનિટમાં ભરાતી ટાંકી = $\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{60}$

$$= \frac{6+5+1}{60}$$

$$= \frac{12}{60}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$\frac{1}{5}$ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 1 મિનિટ

$\therefore$ 1 ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{5}} = 5 \text{ મિનિટ}$$

Short cut

ત્રણ નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = $\frac{xyz}{xy + yz + zx}$

$$= \frac{(10)(12)(60)}{(10)(12) + (12)(60) + (60)(10)}$$

$$= \frac{7200}{120 + 720 + 600}$$

$$= \frac{7200}{1440}$$

= 5 મિનિટ

3. A નળથી એક ટાંકી 8 કલાકમાં ભરાય છે. જ્યારે B નળથી ભરેલી ટાંકી 16 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગશે?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 8 કલાક

1 કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{8}$

B નળથી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય = 16 કલાક

$\therefore$ 1 કલાકમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ $= \frac{1}{16}$

બન્ને નળથી 1 કલાકમાં ભરાતી ટાંકી $= \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{2-1}{16} = \frac{1}{16}$

$\frac{1}{16}$ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 1 કલાક

$\therefore$ 1 ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{16}} = 16 \text{ કલાક}$$

$\therefore$ 1 ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 16 કલાક

Short cut

$$\frac{xy}{y - x} = \frac{8 \times 16}{16 - 8}$$

x = ભરાતા લાગતો સમય

y = ખાલી થતા લાગતો સમય

$$= \frac{128}{8}$$

$$= 16$$

4. એક ટાંકીને એક નળથી ભરાતા 15 કલાક લાગે છે. પરંતુ તળીયામાં લીકેજ હોવાથી તે નળથી ટાંકીને ભરાતા 20 કલાક લાગે છે. જો ટાંકી સંપૂર્ણ ભરેલી હોય તો લીકેજને કારણે ખાલી થતા કેટલો સમય લાગે?

એક નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 15 કલાક

$\therefore$ 1 કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{15}$

લીકેજ ને કારણે ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 20 કલાક

$\therefore$ 1 કલાકમાં લીકેજને કારણે ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{20}$

1 કલાકમાં લીકેજને કારણે ખાલી થતો ટાંકીનો ભાગ $= \frac{1}{15} - \frac{1}{20}$

$= \frac{4-3}{60} = \frac{1}{60}$

$\frac{1}{60}$ ભાગની ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય = 1 કલાક

$\therefore$ 1 ભરેલી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય = ?

$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{60}}$ = 60 કલાક

Short cut $\frac{xy}{y-x} = \frac{15 \times 20}{20-15} = 60$ કલાક

5. A નળથી એક ટાંકી 10 મિનિટમાં ભરાય છે. અને B નળથી તે જ ટાંકી 12 મિનિટમાં ભરાય છે જ્યારે C નળથી ભરેલી ટાંકી 60 મિનિટમાં ખાલી થાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 10 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{10}$

B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 12 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{12}$

C નળથી ટાંકીને ખાલી થતા લાગતો સમય = 60 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ $= \frac{1}{60}$

ત્રણ નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{60}$

$= \frac{6+5-1}{60}$

$= \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$ ભાગની ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 1 કલાક

∴ 1 ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{6}} = 6 \text{ કલાક}$$

Short cut જો એક ટાંકી A નળથી x મિનિટમાં ભરાય B નળથી y મિનિટમાં ભરાય અને C નળથી z મિનિટમાં ખાલી થાય તો ત્રણેય નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય $= \frac{xyz}{xz + yz - xy}$

$$= \frac{10 \times 12 \times 60}{(10)(60) + (12)(60) - (10)(12)}$$

$$= \frac{7200}{(600) + (720) - (120)}$$

= 6 કલાક

6. A નળથી એક ટાંકી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે B નળથી તે ટાંકી 20 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે C નળથી 18 લિટર/ મિનિટથી પાણી બહાર નીકળે છે. જો ત્રણેય નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા 20 મિનિટ લાગે છે તો ટાંકીની ક્ષમતા કેટલા લિટરની હશે?

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 15 મિનિટ

∴ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{15}$

B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 20 મિનિટ

∴ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{20}$

A અને B બન્ને નળથી 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{15} + \frac{1}{20}$

$$= \frac{4+3}{60}$$

$$= \frac{7}{60}$$

A, B અને C ત્રણેય નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 20 મિનિટ

∴ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{20}$

C નળથી 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ખાલી થતો ભાગ $= \frac{7}{60} - \frac{1}{20}$

$= \frac{7-3}{60}$

$= \frac{1}{15}$

$\frac{1}{15}$ ભાગની ટાંકી માટેનું પાણી = 18 લિટર

∴ 1 ટાંકી માટેનું પાણી = ?

$\frac{18 \times 1}{\frac{1}{15}} = 18 \times 15 = 270$ લિટર

∴ ટાંકીની ક્ષમતા 270 લિટર હશે.

7. A,B અને C નળથી એક ટાંકીને ભરાતા 8 કલાક લાગે છે. જો બે કલાક પછી A નળ બંધ કરી દીધા પછી બાકી રહેલા ટાંકીના ભાગને ભરાતા 8 કલાક સમય લાગે તો ફક્ત A નળથી ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

A,B અને C નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 8 કલાક

∴ 1 કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{8}$

∴ 2 કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$

ટાંકીનો બાકી રહેલો ભાગ $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

8 કલાકમાં B અને C નળથી ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{3}{4}$

∴ 1 કલાકમાં B અને C નળથી ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = ?

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$

A નળથી 1 કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{8} - \frac{3}{32}$

$= \frac{4-3}{32}$

$= \frac{1}{32}$

$\frac{1}{32}$ માં ભાગની ટાંકીને ભરાતા A નળને લાગતો સમય = 1 કલાક

∴ 1 ટાંકીને ભરાતા A નળને લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times 1}{\frac{1}{32}} = 32 \text{ કલાક}$$

8. બે નળ A અને B થી એક હોજ ભરાતા અનુક્રમે 16 કલાક અને 24 કલાક લાગે છે. બન્ને નળ સાથે ખોલ્યા પછી કેટલા કલાક પછી B નળને બંધ કરવાથી હોજને ભરાતા કુલ 12 કલાક લાગે ?

A અને B નળ દ્વારા 1 કલાકમાં ભરાતો હોજ $= \frac{1}{16} + \frac{1}{24}$

$$= \frac{3+2}{48}$$

$$= \frac{5}{48}$$

ધારોકે x કલાક પછી B નળ બંધ કરવામાં આવે છે

∴ x કલાકમાં A અને B નળથી ભરાતો ભાગ + $(12-x)$ કલાકમાં A નળથી ભરાતો ભાગ = 1

$$x\left(\frac{5}{48}\right) + (12-x)\left(\frac{1}{16}\right) = 1$$

$$\frac{5x}{48} + \frac{12}{16} - \frac{x}{16} = 1$$

$$\frac{5x+36-3x}{48} = 1$$

$$\therefore x = 6$$

∴ બન્ને નળ સાથે ખોલ્યા પછી 6 કલાક પછી B નળ બંધ કરવાથી હોજ કુલ 12 કલાકમાં ભરાય

Short cut

બે નળથી એક ટાંકી x કલાક અને y કલાકમાં ભરાય તો t સમય પછી બીજો નળ બંધ કરવાથી હોજ z કલાકમાં ભરાય

$$t = \frac{y(x-z)}{x}$$

$$= \frac{24(16-12)}{16}$$

$$= \frac{24(4)}{16}$$

$$= 6 \text{ કલાક}$$

જ્યાં $x = 16$

y = 24,

z = 12

t = ?

9. એક નળથી એક ટાંકી 20 મિનિટમાં અને બીજા નળથી તે ટાંકી 25 મિનિટમાં ભરાય છે. બન્ને નળ સાથે 5 મિનિટ ચાલુ રાખ્યા પછી બીજા નળને બંધ કરતા, પહેલા નળથી ટાંકીનો બાકીનો ભાગ ભરાતા કેટલો સમય વધારે લાગશે ?

પહેલા નળથી ટાંકી ભરાતા લાગતો સમય = 20 મિનિટ

∴ 1 મિનિટમાં ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{20}$

બીજા નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 25 મિનિટ

∴ 1 મિનિટમાં ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{25}$

1 મિનિટમાં બન્ને નળથી ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{20} + \frac{1}{25}$

$= \frac{5+4}{100}$

$= \frac{9}{100}$

5 મિનિટમાં બન્ને નળથી ભરાતો ભાગ $= \frac{9}{100} \times 5 = \frac{9}{20}$

ટાંકીનો બાકી ભાગ $= 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

$\frac{1}{20}$ ભાગની ટાંકીને પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય = 1 મિનિટ

∴ $\frac{11}{20}$ ભાગની ટાંકીને પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય = ?

$$\frac{1 \times \frac{11}{20}}{\frac{1}{20}} = \frac{1 \times 20 \times 11}{20} = 11$$

∴ પહેલા નળથી ટાંકીનો બાકીનો ભાગ ભરાતા 11 મિનિટ વધારે લાગશે.

Short cut

$t = \frac{y(x-z)}{x}$ જ્યાં $x = 20$ (દાખલા 8 ના સૂત્ર મુજબ)

$5 = \frac{25(20-z)}{20}$ $y = 25$

$t = 5$

$z = ?$

$\frac{100}{25} = 20 - z$

$\therefore z = 16$ કુલ 16 મિનિટ લાગે તેથી 16 - 5 = 11 મિનિટ વધારે લાગે.

10. એક નળથી એક ટાંકી 6 મિનિટમાં અને બીજા નળથી તે જ ટાંકી 7 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બન્ને નળ વારાફરતી એક-એક મિનિટ ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે ?

એક નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 6 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{6}$

બીજા નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 7 મિનિટ

$\therefore$ 1 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{7}$

આમ કુલ 2 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$

$= \frac{13}{42}$

6 મિનિટમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ = $3 \times \frac{13}{42}$

$= \frac{13}{14}$

6 મિનિટ પછી ટાંકીનો ખાલી ભાગ = $1 - \frac{13}{14}$

$= \frac{1}{14}$

6 મિનિટ પછી પહેલો નળ ખોલવામાં આવે છે જે 1 મિનિટમાં 1/6 ભાગ ભરે છે જ્યારે તેનાથી ઓછો ભાગ 1/14 હોવાથી

$\frac{1}{6}$ ભાગ પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય = 1 મિનિટ

$\therefore \frac{1}{14}$ ભાગ પહેલા નળથી ભરાતા લાગતો સમય = ?

$\frac{1 \times 6}{14} = \frac{3}{7}$ મિનિટ

આમ કુલ $6 + \frac{3}{7} = 6\frac{3}{7}$ મિનિટ લાગે

Short cut

નળને વારાફરતી ખોલવાથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય

$= 2\left(\frac{xy}{x+y} \text{ નો પૂર્ણાંક}\right) + \frac{\text{શેષ}}{y}$

જ્યાં $\frac{xy}{x+y}$ નો પૂર્ણાંક $= \frac{6\times7}{6+7} = \frac{42}{13}$ નો પૂર્ણાંક $= 3$

જ્યાં $\frac{xy}{x+y}$ ની શેષ $= \frac{42}{13}$ ની શેષ $= 3$

$\therefore 2\left(\frac{xy}{x+y} \text{ નો પૂર્ણાંક}\right)+\frac{\text{શેષ}}{y} = 2\times3+\frac{3}{7}$

$= 6+\frac{3}{7}$ મિનિટ

$= 6\frac{3}{7}$ મિનિટ

11. A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય તે B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતા સમય કરતા 10 કલાક ઓછો છે. જો બન્ને નળથી ટાંકી 12 કલાકમાં ભરાય તો A નળથી ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

ધારો કે B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય $= x$ કલાક

A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય $= (x-10)$ કલાક

$\therefore$ B નળથી એક કલાકમાં ભરાતી ટાંકી $= \frac{1}{x}$ ભાગ

$\therefore$ A નળથી એક કલાકમાં ભરાતી ટાંકી $= \frac{1}{x-10}$ ભાગ

બન્ને નળથી ટાંકી 12 કલાકમાં ભરાય છે.

$\therefore$ બન્ને નળથી એક કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{12}$

$$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{x-10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{x-10+x}{x(x-10)} = \frac{1}{12}$$

$$12x-120+12x = x^2-10x$$

$$x^2-34x+120 = 0$$

$$(x-30)(x-4) = 0$$

$x = 30$ અથવા $x = 4$ ($x = 4$ શક્ય નથી)

$\therefore$ B નળથી ટાંકી 30 કલાકમાં ભરાય જ્યારે A નળથી ટાંકી $30-10 = 20$ કલાકમાં ભરાય.

પ્રેક્ટિસ

1. એક ટાંકી બે નળથી અનુક્રમે 20 કલાક અને 30 કલાકમાં ભરાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ચાલુ કરવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

2. એક ટાંકી A અને B નળથી 40 મિનિટમાં ભરાય છે. જો A નળથી ખાલી ટાંકી 72 મિનિટમાં ભરાતી હોય તો B નળથી ખાલી ટાંકી ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

3. એક ટાંકી Aનળથી 10 મિનિટમાં, Bનળથી 12 મિનિટમાં અને Cનળથી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જો ત્રણેય નળ એક સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

4. એક ટાંકી એક નળથી 4 કલાકમાં ભરાય છે. જ્યારે બીજા નળથી ભરેલી ટાંકી 12 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

5. એક હોજ A પાઈપથી 24 કલાકમાં, B પાઈપથી 30 કલાકમાં ભરાય છે અને ભરેલો હોજ C પાઈપથી 40 કલાકમાં ખાલી થાય છે. જો ત્રણેય પાઈપ સાથે ખોલવામાં આવે તો હોજને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

6. A નળથી એક ટાંકી 8 મિનિટમાં અને B નળથી તે જ ટાંકી 12 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ચાલુ કરવામાં આવે તો કેટલા સમય પછી B નળને બંધ કરવાથી ટાંકીને ભરાતા કુલ 6 મિનિટ લાગે?

7. એક હોજ A નળથી 10 મિનિટમાં અને B નળથી 12 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે C નળથી 10 લિટર/મિનિટથી પાણી બહાર આવે છે. જો ત્રણેય નળને ખોલવામાં આવે તો હોજને ભરાતા 7.5 મિનિટ લાગે છે તો હોજની ક્ષમતા કેટલા લિટરની હશે?

8. A, B, અને C ત્રણેય નળથી એક ટાંકી 6 કલાકે ભરાય છે. ત્રણેય નળ બે કલાક ચાલુ રાખ્યા પછી C નળ બંધ કરવામાં આવે તો A અને B નળથી બાકીનો ભાગ 7 કલાકમાં ભરાય છે તો C નળથી ટાંકીને ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

9. A નળથી એક ટાંકી 12 મિનિટમાં અને B નળથી તે જ ટાંકી 15 મિનિટમાં ભરાય છે. જ્યારે Cનળથી ભરેલ ટાંકી 6 મિનિટમાં ખાલી થાય છે. જો A અને B નળ એક સાથે 5 મિનિટ ચાલુ રાખ્યા પછી ત્રીજો C નળ ચાલુ કરવામાં આવે તો ટાંકીને ખાલી થતા કેટલો સમય લાગે?

10. A નળથી એક ટાંકી B નળ કરતા ચાર ગણી ઝડપે ભરી શકાય છે. જો બન્ને નળ સાથે ખોલવામાં આવે તો ટાંકીને ભરાતા 36 મિનિટ લાગે છે. તો A નળથી ટાંકી ભરાતા કેટલો સમય લાગે?

જવાબો

1. સમય $= \dfrac{xy}{x+y}$

$= \dfrac{20 \times 30}{20+30}$

$$= \frac{600}{50}$$

$= 12$ કલાક

2. B નળથી લાગતો સમય $= \frac{xy}{y-x}$

$$= \frac{40 \times 72}{72 - 40}$$

$= 90$ મિનિટ

3. સમય $= \frac{xyz}{xy + yz + zx}$

$$= \frac{10 \times 12 \times 15}{(10)(12) + (12)(15) + (15)(10)}$$

$= \frac{1800}{450} = 4$ મિનિટ

4. લાગતો સમય $= \frac{xy}{y-x}$

$$= \frac{4 \times 12}{12 - 4}$$

$$= \frac{48}{8}$$

$= 6$ કલાક

5. લાગતો સમય $= \frac{xyz}{(yz + zx - xy)}$

$$= \frac{24 \times 30 \times 40}{(30)(40) + (40)(24) - (24)(30)}$$

$$= \frac{28800}{1200 + 960 - 720}$$

$$= \frac{28800}{1440}$$

$= 20$ કલાક

6.

$$t = \frac{y(x - z)}{x}$$

$$= \frac{12(8 - 6)}{8}$$

$$= \frac{12 \times 2}{8}$$

$= 3$ મિનિટ

7. ધારો કે C નળથી હોજ x મિનિટમાં ખાલી થાય છે.

$$\therefore \quad \frac{15}{2} = \frac{10 \times 12 \times x}{10x + 12x - 10 \times 12}$$

$$\frac{15}{2} = \frac{120x}{22x - 120}$$

$$330x - 1800 = 240x$$

$x = 20$ મિનિટ

હોજની ક્ષમતા $= 20 \times 10 = 200$ લિટર

8. ત્રણેય નળથી એક કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{6}$

બે કલાકમાં ટાંકીનો ભરાતો ભાગ $= \frac{1}{3}$

$\therefore$ બાકીનો ભાગ $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ ભાગની ટાંકીને (A + B) નળથી ભરાતા લાગતો સમય $=$ 7 કલાક

$\therefore$ 1 ટાંકીને (A + B) નળથી ભરાતા લાગતો સમય $=$?

$\frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2}$ કલાક

$\therefore$ (A + B) નળથી 1 કલાકમાં ટાંકીનો $\frac{2}{21}$ ભાગ ભરાય

$\therefore$ C નળથી 1 કલાકમાં $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{21}\right) = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$ ભાગ ભરાય

$\frac{1}{14}$ ભાગની ટાંકીને C નળથી ભરાતા લાગતો સમય $=$ 1 કલાક

$\therefore$ 1 ટાંકીને C નળથી ભરાતા લાગતો સમય $=$?

$\frac{1 \times 1}{1/14} = 14$ કલાક

9. 5 મિનિટમાં A અને B નળથી ભરાતી ટાંકી $= 5\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) = \frac{3}{4}$

ત્રણેય નળ ખોલવાથી 1 મિનિટમાં ખાલી થતો ટાંકીનો ભાગ $= \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)$

$= \frac{1}{60}$

1/60 ભાગ ખાલી થતા લાગતો સમય = 1 મિનિટ

∴ 3/4 ભાગ ખાલી થતા લાગતો સમય = ?

લાગતો સમય $= \frac{3}{4} \times 60 = 45$ મિનિટ

10. ધારો કે B નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય $= 4x$ મિનિટ

∴ A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય $= x$ મિનિટ

બન્ને નળથી 1 મિનિટમાં ભરાતી ટાંકી $= \frac{1}{x} + \frac{1}{4x}$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{4x} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{4+1}{4x} = \frac{1}{36}$$

$$5 \times 36 = 4x$$

$$\frac{5 \times 36}{4} = x$$

$$45 = x$$

∴ A નળથી ટાંકીને ભરાતા લાગતો સમય = 45 મિનિટ

ઉંમર સબંધીત દાખલા

1. 15 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હતી. હાલ પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા બમણી હોય તો પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે પિતાની હાલની ઉંમર $= x$ વર્ષ

$\therefore$ 15 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર $= (x-15)$ વર્ષ

પુત્રની હાલની ઉંમર $=$ y વર્ષ

$\therefore$ 15 વર્ષ પહેલા પુત્રની ઉંમર $= (y-15)$ વર્ષ

15 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હતી.

$\therefore x-15 = 3(y-15)$

$x-15 = 3y-45$

$x-3y = -45+15$

$x-3y = -30$ ..... (1)

હાલમાં પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા બમણી છે.

$\therefore x = 2y$

$x-2y = 0$ .... (2)

$x-3y = -30$

$x-2y = 0$

$-\quad +\quad -$

$-y = -30$

$y = 30$

$\therefore$ y ની કિંમત સમી. 2માં મૂકતા

$x-2(30) = 0$

$\therefore x = 60$

$\therefore$ પિતાની હાલની ઉંમર $=$ 60 વર્ષ

$\therefore$ પુત્રની હાલની ઉંમર $=$ 30 વર્ષ

Short cut

જો N વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા a ગણી હોય અને હાલ b ગણી હોય તો

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = \frac{N(a-1)}{a-b}$$

$$= \frac{15(3-1)}{3-2}$$

$$= 30 \text{ વર્ષ}$$

પિતાની ઉંમર $= \frac{N(a-1)}{a-b} \times b$

$$= \frac{15\ (3-1)}{3-2} \times 2$$

$$= 60 \text{ વર્ષ}$$

2. ગીતાની હાલની ઉંમર સીતા કરતા ચાર ગણી છે. 20 વર્ષ પછી ગીતાની ઉંમર સીતા કરતા બમણી હોય તો બન્નેની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે ગીતાની હાલની ઉંમર = x વર્ષ

સીતાની હાલની ઉંમર = y વર્ષ

$\therefore x = 4y$

$x - 4y = 0 \ldots\ldots \quad (1)$

20 વર્ષ પછી ગીતાની ઉંમર = $(x+20)$ વર્ષ

20 વર્ષ પછી સીતાની ઉંમર = $(y+20)$ વર્ષ

$x+20 = 2(y+20)$

$x+20 = 2y+40$

$x-2y = 20 \ldots\ldots \quad (2)$

$x-4y = 0$

$x-2y = 20$

$-\quad +\quad -$

$-2y = -20$

$y = 10$

y ની કિંમત સમી 1 માં મૂકતા

$x - 4(10) = 0$

$x = 40$

$\therefore$ ગીતાની હાલની ઉંમર = x = 40 વર્ષ

$\therefore$ સીતાની હાલની ઉંમર = y = 10 વર્ષ

Short cut A ની હાલની ઉંમર B કરતા a ગણી હોય N વર્ષ પછી A ની ઉંમર B કરતા b ગણી થાય તો

ગીતાની ઉંમર $= \left(\frac{b-1}{a-b}\right) N \times a$

$= \left(\frac{2-1}{4-2}\right) 20 \times 4$

$= 40$ વર્ષ

સીતાની ઉંમર $= \frac{b-1}{a-b} \times N$

$= \frac{2-1}{4-2} \times 20$

$= 10$ વર્ષ

3. 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા બમણી હતી. 15 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા 1.5 ગણી હોય તો બન્નેની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે પિતાની હાલની ઉંમર $= x$ વર્ષ

પુત્રની હાલની ઉંમર $= y$ વર્ષ

5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉમંર $= (x-5)$ વર્ષ

5 વર્ષ પહેલા પુત્રની ઉંમર $= (y-5)$ વર્ષ

$x-5 = 2(y-5)$

$x-5 = 2y-10$

$x-2y = -5.....$ (1)

15 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર $= (x+15)$ વર્ષ

15 વર્ષ પછી પુત્રની ઉમંર $= (y+15)$ વર્ષ

15 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા 1.5 ગણી છે.

$x+15 = \frac{3}{2}(y+15)$

$2(x+15) = 3(y+15)$

$2x+30 = 3y+45$

$2x-3y = 15......$ (2)

$$2x - 4y = -10 \quad \text{(સમી 1 ને 2 વડે ગુણાતા)}$$

$$2x - 3y = 15$$
$$- \quad + \quad -$$

$$-y = -25$$
$$y = 25$$

y ની કિંમત સમી. 1 માં મૂકતા

$$x - 2(25) = -5$$
$$x - 50 = -5$$
$$x = 45$$

∴ પિતાની ઉંમર $= x = 45$ વર્ષ

∴ પુત્રની ઉંમર $= y = 25$ વર્ષ

Short cut

N_1 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા a ગણી હોય અને N_2 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા b ગણી હોય તો

પુત્રની હાલની ઉંમર $= \dfrac{N_2(b-1) + N_1(a-1)}{a-b}$

$$= \frac{15(1.5-1) + 5(2-1)}{2-1.5}$$
$$= \frac{15(0.5) + 5}{0.5}$$
$$= \frac{7.5 + 5}{0.5}$$
$$= \frac{12.5}{0.5}$$

= 25 વર્ષ

પિતાની હાલની ઉંમર $= \dfrac{a(N_1 + N_2)(b-1)}{a-b} + N_1$

$$= \frac{2(5+15)(1.5-1)}{2-1.5} + 5$$
$$= \frac{2(20)(0.5)}{0.5} + 5$$

$= 40 + 5 = 45$ વર્ષ

4. A અને B ની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 6 : 7 છે. જો તેમનો સરવાળો 52 વર્ષ હોય તો A અને B ની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે A ની હાલની ઉંમર $= 6x$ વર્ષ

B ની હાલની ઉંમર $= 7x$ વર્ષ

$\therefore\ 6x + 7x = 52$

$13x = 52$

$x = 4$

$\therefore$ A ની હાલની ઉંમર $= 6x = 6 \times 4 = 24$ વર્ષ

B ની હાલની ઉંમર $= 7x = 7 \times 4 = 28$ વર્ષ

Short cut A અને B ની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q અને સરવાળો a હોય તો

A ની હાલની ઉંમર $= \dfrac{p \times a}{p+q}$

$= \dfrac{6 \times 52}{6+7}$

$= \dfrac{6 \times 52}{13}$

$= 24$ વર્ષ

B ની હાલની ઉંમર $= \dfrac{q \times a}{p+q}$

$= \dfrac{7 \times 52}{6+7}$

$= \dfrac{7 \times 52}{13}$

$= 28$ વર્ષ

5. A અને B ની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 38 વર્ષ છે. 6 વર્ષ પહેલા તેની ઉંમરનો ગુણોત્તર 6 : 7 હોય તો B ની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે A ની હાલની ઉંમર $= x$ વર્ષ

B ની હાલની ઉંમર $= y$ વર્ષ

$x + y = 38$.......... (1)

6 વર્ષ પહેલા A ની ઉંમર $= (x - 6)$ વર્ષ

6 વર્ષ પહેલા B ની ઉંમર $= (y - 6)$ વર્ષ

$$\frac{x-6}{y-6} = \frac{6}{7}$$

$$7x-42 = 6y-36$$

$$7x-6y = -36+42$$

$$7x-6y = 6 \ldots\ldots \quad (2)$$

સમીકરણ 1 ને 7 વડે ગુણતા

$$7x+7y = 266$$

$$7x-6y = 6$$

$$- \quad + \quad -$$

$$13y = 260$$

$$y = 20$$

$\therefore$ B ની હાલની ઉંમર 20 વર્ષ હશે.

Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો a હોય અને N વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q હોય તો

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{(p-q)N + qa}{p+q}$$

$$= \frac{(6-7)6+7(38)}{6+7}$$

$$= 20 \text{ વર્ષ}$$

6. A, B અને Cની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 90 વર્ષ છે. 10 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3:4:5 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે 10 વર્ષ પહેલાની Aની ઉંમર $= 3x$ વર્ષ

10 વર્ષ પહેલાની B ની ઉંમર $= 4x$ વર્ષ

10 વર્ષ પહેલાની Cની ઉંમર $= 5x$ વર્ષ

$\therefore$ Aની હાલની ઉંમર $= 3x+10$, Bની હાલની ઉંમર $= 4x+10$, Cની હાલની ઉંમર $= 5x+10$

$$\therefore 3x+10+4x+10+5x+10 = 90$$

$$12x+30 = 90$$

$$12x = 60$$

$$x = 5$$

10 વર્ષ પહેલાની Bની ઉંમર $= 4x = 4 \times 5 = 20$ વર્ષ

$\therefore$ Bની હાલની ઉંમર $= 20+10 = 30$ વર્ષ

Short cut

A,B અને Cની હાલની ઉંમરનો સરવાળો a હોય અને N વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q : r હોય તો

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{q \times (a - 3 \times N)}{p+q+r} + N$$

$$= \frac{4 \times (90 - 3 \times 10)}{3+4+5} + 10$$

$$= 30 \text{ વર્ષ}$$

7. A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 40 વર્ષ છે. 4 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 7 : 5 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે A ની હાલની ઉંમર $= x$ વર્ષ

Bની હાલની ઉંમર $=$ y વર્ષ

$x + y = 40 ....$ (1)

4 વર્ષ પછી Aની ઉંમર $= (x+4)$ વર્ષ

4 વર્ષ પછી Bની ઉંમર $= (y+4)$ વર્ષ

$$\frac{x+4}{y+4} = \frac{7}{5}$$

$$5x + 20 = 7y + 28$$

$5x - 7y = 8..........$ (2)

સમી 1 ને 5 વડે ગુણાતા

$$5x + 5y = 200$$

$$5x - 7y = 8$$

$$- \quad + \quad\quad -$$

$$12y = 192$$

$$y = 16$$

∴ B ની હાલની ઉંમર 16 વર્ષ હશે.

Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો a હોય અને N વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર p : q હોય તો

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{qa - (p-q) N}{p+q}$$

$$= \frac{5 \times 40 - (7-5) \times 4}{7+5}$$

$$= 16 \text{ વર્ષ}$$

8. પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 54 વર્ષ છે. ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હોય તો પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.

ધારો કે પુત્રની ઉંમર $= x$ વર્ષ

પિતાની ઉંમર $= (54-x)$ વર્ષ

ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી થાય

$$3(x+3) = 54-x+3$$

$$3x+9 = 54-x+3$$

$$4x = 48$$

$$x = 12$$

પુત્રની ઉંમર $= 12$ વર્ષ

Short cut

પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો સરવાળો a વર્ષ હોય N વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા b ગણી હોય તો

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = \frac{a-N(b-1)}{b+1}$$

$$= \frac{54-3(3-1)}{3+1}$$

$$= \frac{54-6}{4}$$

$= 12$ વર્ષ

9. A અને B ની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર $3:5$ છે. 5 વર્ષ પછી તેમનો ગુણોત્તર $2:3$ હોય તો 3 વર્ષ પછી B ની ઉંમર શોધો.

ધારો કે A ની હાલની ઉંમર $= 3x$ વર્ષ $\therefore$ 5 વર્ષ પછી A ની ઉંમર $= (3x+5)$ વર્ષ

B ની હાલની ઉંમર $= 5x$ વર્ષ $\therefore$ 5 વર્ષ પછી B ની ઉંમર $= (5x+5)$ વર્ષ

$$\therefore \frac{3x+5}{5x+5} = \frac{2}{3}$$

$$9x+15 = 10x+10$$

$$x = 5$$

$\therefore$ B ની હાલની ઉંમર $= 5x = 5 \times 5 = 25$ વર્ષ

$\therefore$ 3 વર્ષ પછી B ની ઉંમર $= 25+3 = 28$ વર્ષ

Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર x : y હોય N વર્ષ પછી તેમનો ગુણોત્તર p : q હોય તો

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{y(p-q)N}{xq-yp}$$

$$= \frac{5(2-3)\times 5}{(3)(3)-(5)(2)}$$

$$= \frac{-25}{-1}$$

= 25 વર્ષ

∴ 3 વર્ષ પછી B ની ઉંમર = 25 + 3 = 28 વર્ષ

10. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3 : 5 છે. 5 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 1 : 2 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો

ધારો કે Aની હાલની ઉંમર = $3x$ વર્ષ ∴ 5 વર્ષ પહેલા Aની ઉંમર = $(3x-5)$ વર્ષ

Bની હાલની ઉંમર = $5x$ વર્ષ ∴ 5 વર્ષ પહેલા B ની ઉંમર = $(5x-5)$ વર્ષ

$$\frac{3x-5}{5x-5} = \frac{1}{2}$$

$$6x-10 = 5x-5$$

$$x = 5$$

∴ Bની હાલની ઉંમર = $5x = 5\times 5 = 25$ વર્ષ

Short cut

A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર x : y હોય N વર્ષ પહેલા તેમનો ગુણોત્તર p : q હોય તો

$$\text{Bની હાલની ઉંમર} = \frac{y(p-q)(-N)}{xq-yp}$$

$$= \frac{5(1-2)(-5)}{(3)(2)-(5)(1)}$$

$$= \frac{25}{1}$$

= 25 વર્ષ

પ્રેક્ટિસ

1. 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ચાર ગણી હતી. હાલ પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી હોય તો પિતા અને પુત્રની ઉંમર શોધો.

2. પિતાની હાલની ઉંમર પુત્રની હાલની ઉંમર કરતા પાંચ ગણી છે. ત્રણ વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ચાર ગણી હોય તો પિતા-પુત્રની હાલની ઉંમર શોધો.

3. ત્રણ વર્ષ પહેલા A ની ઉંમર Bની ઉંમર કરતા સાત ગણી હતી. ત્રણ વર્ષ પછી A ની ઉંમર Bની ઉંમર કરતા ચાર ગણી થાય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

4. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 11 છે. જો તેમનો સરવાળો 80 વર્ષ હોય તો A અને Bની હાલની ઉંમર શોધો.

5. A અને Bની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 110 વર્ષ છે. 5 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 13 : 7 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

6. A, B અને Cની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 142 વર્ષ છે. 10 વર્ષ પહેલા તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 2 : 5 : 7 હોય તો Bની હાલની ઉંમર શોધો.

7. A અને Bની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 3:5 છે. જો તેનો સરવાળો 80 હોય તો 10 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર શોધો.

8. રમેશ અને મહેશની ઉંમરનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે. જો મહેશ, રમેશ કરતાં 5 વર્ષ મોટો હોય તો 10 વર્ષ પહેલાનો તેમનો ગુણોત્તર શોધો.

9. એક વ્યક્તિની 15 વર્ષ પછીની ઉંમર તેની 15 વર્ષ પહેલાની ઉંમર કરતા ચારગણી હોય તો તેની હાલની ઉંમર શોધો.

10. પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો ગુણોત્તર 4 : 1 છે. જો તેમનો ગુણાકાર 196 હોય તો 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર શોધો.

જવાબો

1.

$$\text{પુત્રની ઉંમર} = \frac{N(a-1)}{a-b}$$

$$= \frac{5(4-1)}{4-3}$$

$$= 5(3)$$

$$= 15 \text{ વર્ષ}$$

$$\text{પિતાની ઉંમર} = \frac{N(a-1)}{a-b} \times b$$

$= \frac{5(4-1)}{4-3} \times 3$

$= 45$ વર્ષ

2.

પુત્રની ઉંમર $= \left(\frac{b-1}{a-b}\right) \times N$

$= \left(\frac{4-1}{5-4}\right) \times 3$

$= 9$ વર્ષ

પિતાની ઉંમર $= 5x = 5 \times 9 = 45$ વર્ષ

3.

Bની હાલની ઉંમર $= \frac{N_2(b-1) + N_1(a-1)}{a-b}$

$= \frac{3(4-1) + 3(7-1)}{7-4}$

$= \frac{9+18}{3}$

$= 9$

4.

A ની હાલની ઉંમર $= \frac{p \times a}{p \times q}$

$= \frac{5 \times 80}{5+11}$

$= \frac{400}{16}$

$= 25$ વર્ષ

Bની હાલની ઉંમર $= \frac{q \times a}{p+q}$

$= \frac{11 \times 80}{5+11}$

$= \frac{880}{16}$

$= 55$ વર્ષ

5.

Bની ઉંમર $= \frac{(m-n)N + na}{m+n}$

$$= \frac{(13-7)5+(7)(110)}{13+7}$$

$$= \frac{30+770}{20}$$

$$= \frac{800}{20}$$

= 40 વર્ષ

6. Bની હાલની ઉંમર $= \frac{q \times (a-3 \times N)}{p+q+r} + N$

$$= \frac{5 \times (142-3 \times 10)}{2+5+7} + 10$$

$$= \frac{5 \times 112}{14} + 10$$

$= 40 + 10$

= 50 વર્ષ

7. ધારો કે Aની હાલની ઉંમર = $3x$ વર્ષ

Bની હાલની ઉંમર = $5x$ વર્ષ

$3x + 5x = 80$

$8x = 80$

$x = 10$

∴ A ની હાલની ઉંમર = $3x = 3(10) = 30$ વર્ષ

Bની હાલની ઉંમર = $5x = 5(10) = 50$ વર્ષ

10 વર્ષ પછી Aની ઉંમર = $30 + 10 = 40$ વર્ષ

10 વર્ષ પછી Bની ઉંમર = $50 + 10 = 60$ વર્ષ

ગુણોત્તર $= \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

8. ધારો કે રમેશની ઉંમર = $4x$ વર્ષ

મહેશની ઉંમર = $5x$ વર્ષ

$5x - 4x = 5$

$x = 5$

રમેશની ઉંમર = $4x = 4(5) = 20$ વર્ષ

મહેશની ઉંમર = $5x = 5(5) = 25$ વર્ષ

$\therefore$ 10 વર્ષ પહેલા રમેશની ઉંમર = $20 - 10 = 10$ વર્ષ

10 વર્ષ પહેલા મહેશની ઉંમર = $25 - 10 = 15$ વર્ષ

ગુણોત્તર = $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

9. ધારો કે વ્યક્તિની હાલની ઉંમર = x વર્ષ

15 વર્ષ પછીની ઉંમર = $(x + 15)$ વર્ષ

15 વર્ષ પહેલાની ઉંમર = $(x - 15)$ વર્ષ

$\therefore 4(x - 15) = x + 15$

$4x - 60 = x + 15$

$3x = 75$

$x = 25$

વ્યક્તિની હાલની ઉંમર = 25 વર્ષ

10. ધારો કે પુત્રની ઉંમર = x વર્ષ

પિતાની ઉંમર = $4x$ વર્ષ

$4x \times x = 196$

$4x^2 = 196$

$x^2 = 49$

$x = 7$

$\therefore$ પુત્રની ઉંમર = $x = 7$ વર્ષ

$\therefore$ પિતાની ઉંમર = $4x = 4 \times 7 = 28$ વર્ષ

5 વર્ષ પછી પુત્રની ઉંમર = $7 + 5 = 12$ વર્ષ

5 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર = $28 + 5 = 33$ વર્ષ

પિતા - પુત્રની ઉંમરનો ગુણોત્તર = $33 : 12$

$= 11 : 4$

હોડી અને પ્રવાહ

- હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ x કિમી/ કલાક અને પાણીના પ્રવાહનો વેગ y કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $(x + y)$ કિમી/ કલાક અને હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $(x - y)$ કિમી/ કલાક થાય.
- હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ = $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ + હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ}}{2}$
- પ્રવાહની ઝડપ = $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ - હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ}}{2}$

1. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 20 કિમી/ કલાક છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 5 કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની પ્રવાહની દિશામાં અને પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ શોધો.

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ = 20 કિમી/ કલાક

નદીના પ્રવાહનો વેગ = 5 કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = $(20 + 5)$ કિમી/ કલાક

= 25 કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં ઝડપ = $(20 - 5)$ કિમી/ કલાક

= 15 કિમી/ કલાક

2. એક હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ 18 કિમી/ કલાક અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ 10 કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ = $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ + હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ}}{2}$

$= \frac{18 + 10}{2}$

= 14 કિમી/ કલાક

પ્રવાહનો વેગ = $\frac{\text{હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ - હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ}}{2}$

$= \frac{18 - 10}{2}$

= 4 કિમી/કલાક

3. એક વ્યક્તિ પ્રવાહની દિશામાં 30 કિલોમીટરનું અંતર 3 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં 32 કિલોમીટરનું અંતર 4 કલાકમાં કાપે તો વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.

$$\text{વ્યક્તિની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ} = \frac{30}{3} = 10 \text{ કિમી/ કલાક}$$

$$\text{વ્યક્તિની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ} = \frac{32}{4} = 8 \text{ કિમી/ કલાક}$$

$$\text{વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{10+8}{2} = 9 \text{ કિમી/ કલાક}$$

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{10-8}{2} = 1 \text{ કિમી/ કલાક}$$

4. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 6 કિમી/ કલાક છે જો તેની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ, તેની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ કરતા બમણી હોય તો પ્રવાહનો વેગ શોધો.

ધારો કે હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= x$ કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= 2x$ કિમી/ કલાક

$$\text{હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ} = \frac{x+2x}{2}$$

$$6 = \frac{3x}{2}$$

$x = 4$ કિમી/ કલાક

$\therefore$ હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= x = 4$ કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= 2x = 2 \times 4 = 8$ કિમી/ કલાક

$$\text{પ્રવાહનો વેગ} = \frac{8-4}{2} = 2 \text{ કિમી/કલાક}$$

Short cut

ધારોકે પ્રવાહનો વેગ $= x$ કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= (6+x)$ કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= (6-x)$ કિમી/ કલાક

$\therefore 6+x = 2(6-x)$

$6+x = 12 - 2x$

$x = 2$

5. એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં A થી B સુધીનું અંતર કાપતા 8 કલાક અને ફરી પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 10 કલાક લાગે છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 4 કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ શોધો.

ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર $= x$ કિમી

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= y$ કિમી/ કલાક

$\therefore$ હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= (y+4)$ કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= (y-4)$ કિમી/ કલાક

$\therefore \dfrac{x}{y+4} = 8$ અને $\dfrac{x}{y-4} = 10$

$\therefore x = 8(y+4)$ અને $x = 10(y-4)$

$\therefore 8(y+4) = 10(y-4)$

$8y+32 = 10y-40$

$8y-10y = -40 -32$

$-2y = -72$

$y = 36$

$\therefore$ હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= 36$ કિમી/ કલાક

Short cut

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= v\left(\dfrac{t_2 + t_1}{t_2 - t_1}\right)$ કિમી/ કલાક

$= 4\left(\dfrac{10+8}{10-8}\right)$

$= \dfrac{4(18)}{2}$

$= 36$ કિમી/ કલાક

6. એક હોડીને A થી B સુધીનું અંતર અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 7 કલાક લાગે છે. જો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 7 કિમી/ કલાક અને પ્રવાહનો વેગ 3 કિમી/ કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= (7+3)$ કિમી/ કલાક $= 10$ કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= (7-3)$ કિમી/ કલાક $= 4$ કિમી/ કલાક

ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર $= x$ કિમી

$\therefore \dfrac{x}{10} + \dfrac{x}{4} = 7$

$\therefore \dfrac{2x+5x}{20} = 7$

$$\frac{7x}{20} = 7$$

$\therefore x = 20$

$\therefore$ A થી B સુધીનું અંતર 20 કિમી હશે.

Short cut

જો હોડીને A થી B અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર કાપતા Z કલાક અને હોડીની સ્થિરપાણીમાં ઝડપ x કિમી/ કલાક અને પ્રવાહની ઝડપ y કિમી/ કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર .....

$$= \frac{Z(x^2 - y^2)}{2x}$$

$$= \frac{7[(7)^2 - (3)^2]}{2 \times 7}$$

$$= \frac{7[49-9]}{2 \times 7}$$

$$= \frac{7 \times 40}{14}$$

= 20 કિમી

x = હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ

y = પ્રવાહનો વેગ

Z = કુલ લાગતો સમય

7. એક હોડી નદીના પ્રવાહની દિશામાં A થી B સુધીનું અંતર 4 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં B થી A સુધીનું અંતર 5 કલાકમાં કાપે છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 2 કિમી/ કલાક હોય તો A થી B વચ્ચેનું અંતર શોધો.

ધારો કે A થી B સુધીનું અંતર = x કિમી

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ = y કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = (y+2) કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ = (y-2) કિમી/ કલાક

$\therefore \frac{x}{y+2} = 4$ ......(1) અને $\frac{x}{y-2} = 5$ ....(2)

$\therefore x = 4(y+2)$ અને $x = 5(y-2)$

$\therefore 4y + 8 = 5y - 10$

$4y - 5y = -10 - 8$

$-y = -18$

$y = 18$

y ની કિંમત સમી 1 માં મૂકતા

$$\frac{x}{18+2} = 4$$

$$x = 80$$

A થી B સુધીનું અંતર 80 કિમી હશે.

8. એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં 44 કિમી અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં 30 કિમીનું અંતર કાપતા 10 કલાક લાગે છે. તેને પ્રવાહની દિશામાં 55 કિમી અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં 40 કિમી નું અંતર કાપતા 13 કલાક લાગે તો પ્રવાહનો વેગ અને હોડીની ઝડપ શોધો.

ધારો કે હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = x કિમી/ કલાક

પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ = y કિમી/ કલાક

$\therefore \frac{44}{x}+\frac{30}{y} = 10$ અને $\frac{55}{x}+\frac{40}{y} = 13$

$\therefore$ $44a+30b=10$

$55a+40b=13$ $\qquad \left(\frac{1}{x} = a \text{ અને } \frac{1}{y} = b \text{ ધારતા}\right)$

$\therefore$ $a=\frac{1}{11}$ અને $b = \frac{1}{5}$ થાય

$\therefore$ $x = 11$ અને $y = 5$

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = 11 કિમી/ કલાક

હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ = 5 કિમી/ કલાક

પ્રવાહનો વેગ $=\frac{11-5}{2} = 3$ કિમી/ કલાક

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $=\frac{11+5}{2} = 8$ કિમી/ કલાક

Short cut હોડીને પ્રવાહની દિશામાં x_1 કિમી અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં y_1 કિમી અંતર કાપતા t_1 સમય લાગે અને પ્રવાહની દિશામાં x_2 અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં y_2 અંતર કાપતા t_2 સમય લાગે તો

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{t_2 y_1 - t_1 y_2}$

હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{t_1 x_2 - t_2 x_1}$

હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= \frac{(55)(30)-(44)(40)}{(13)(30)-(10)(40)}$

$= \frac{1650-1760}{390-400}$

$$= \frac{-110}{-10}$$

$$= 11$$

હોડીની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= \frac{(55)(30)-(44)(40)}{(10)(55)-(13)(44)}$

$$= \frac{1650-1760}{550-572}$$

$$= \frac{-110}{-22}$$

$= 5$ કિમી/ કલાક

હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= \frac{11+5}{2} = 8$ કિમી/ કલાક

પ્રવાહનો વેગ $= \frac{11-5}{2} = 3$ કિમી/ કલાક

પ્રેક્ટિસ

1. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 10 કિમી/ કલાક છે. જો નદીના પ્રવાહનો વેગ 6 કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની પ્રવાહની દિશામાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ શોધો.
2. એક હોડીની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ 36 કિમી/કલાક અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ 6 કિમી/કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.
3. એક વ્યક્તિ પ્રવાહની દિશામાં 36 કિલોમીટરનું અંતર 4 કલાકમાં અને પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં 30 કિલોમીટરનું અંતર 6 કલાકમાં કાપે તો વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ અને પ્રવાહનો વેગ શોધો.
4. એક હોડીને પ્રવાહની દિશામાં A થી B સુધીનું અંતર કાપતા 4 કલાક અને ફરી પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 5 કલાક લાગે છે. જો પ્રવાહનો વેગ 3 કિમી/ કલાક હોય તો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ શોધો.
5. એક હોડી A થી B સુધીનું અંતર અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર કાપતા 14 કલાક લાગે છે. જો હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 14 કિમી/ કલાક અને પ્રવાહનો વેગ 6 કિમી/ કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.

જવાબો

1. હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ = 10 કિમી/ કલાક

નદીના પ્રવાહનો વેગ = 6 કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ = $(10+6)$ કિમી/ કલાક

= 16 કિમી/ કલાક

હોડીની નદીના પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= (10-6)$ કિમી/કલાક

$= 4$ કિમી/કલાક

2. હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= \frac{36+6}{2} = 21$ કિમી/કલાક

પ્રવાહનો વેગ $= \frac{36-6}{2} = 15$ કિમી/કલાક

3. વ્યક્તિની પ્રવાહની દિશામાં ઝડપ $= \frac{36}{4} = 9$ કિમી/કલાક

વ્યક્તિની પ્રવાહની વિરુધ્ધ દિશામાં ઝડપ $= \frac{30}{6} = 5$ કિમી/કલાક

વ્યક્તિની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= \frac{9+5}{2} = 7$ કિમી/કલાક

પ્રવાહનો વેગ $= \frac{9-5}{2} = 2$ કિમી/કલાક

4. હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ $= v\left(\frac{t_2+t_1}{t_2-t_1}\right)$ કિમી/કલાક

$= 3\left(\frac{5+4}{5-4}\right)$

$= 27$ કિમી/કલાક

5. અંતર $= \frac{z(x^2-y^2)}{2x}$

$= \frac{14[(14)^2-(6)^2]}{2 \times 14}$

$= \frac{14 \times 160}{2 \times 14}$

$= 80$ કિમી/કલાક

Train

યાદ રાખવા જેવા મુદ્દા

ઝડપ = $\frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}}$ એટલે કે $v = \frac{s}{t}$

સમય = $\frac{\text{અંતર}}{\text{ઝડપ}}$ એટલે કે $t = \frac{s}{v}$

અંતર = ઝડપ x સમય એટલે કે $s = vt$

- જો ઝડપ કિમી/કલાકમાં હોય તો તેને મીટર /સેકન્ડમાં ફેરવવા માટે 1000 વડે ગુણવાના અને 3600 વડે ભાંગવા જોઈએ.

  $\therefore$ x કિમી/કલાક = $\frac{x \times 1000}{3600} = \frac{x \times 5}{18}$ મીટર/સેકન્ડ

- તે જ રીતે ઝડપ મીટર/સેકન્ડમાં હોય અને તેને કિમી/ કલાકમાં ફેરવવા માટે 3600 વડે ગુણવાના અને 1000 વડે ભાંગવા જોઈએ.

  $\therefore$ x મીટર/સેકન્ડ = $\frac{x \times 3600}{1000} = \frac{x \times 18}{5}$ કિમી/કલાક

- l મીટર લંબાઈની ટ્રેનને એક થાંભલો કે ઉભેલો માણસ કે વૃક્ષને અથવા સિગ્નલને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય તેણે l મીટર અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમય બરાબર થાય છે.
- l મીટર લંબાઈની ટ્રેન ને b મીટર લાંબા પુલ કે પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય ટ્રેન (l + b) મીટરનું અંતર કાપવા માટે લીધેલા સમય બરાબર હોય છે.
- u મી/સે. અને v મી/સે. ની ઝડપે એક દિશામાં ગતિ કરતી બે ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ (u - v) મી/સે થાય છે. (જયા $u > v$)
- u મી/સે. અને v મી/સે. ની ઝડપે વિરુધ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી બે ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ (u + v)મી/સે થાય છે.
- a મીટર લંબાઈ ની u મી/સે. ની ઝડપે ગતિકરતી ટ્રેનને તેની વિરુધ્ધ દિશામાં b મીટર લંબાઈની v મી/સે. ની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા લાગતો સમય $\frac{a+b}{u+v}$ સેકન્ડ
- a મીટર લંબાઈ ની u મી/સે. ની ઝડપે ગતિકરતી ટ્રેનને તે જ દિશામાં b મીટર લંબાઈની v મી/સે. ની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા લાગતો સમય $\frac{a+b}{u-v}$ સેકન્ડ (જયા $u > v$)

ઉદાહરણ

1. 108 કિમી/ કલાક ને મીટર/સેકન્ડમાં ફેરવો.

$$\frac{108 \times 1000}{3600} = 30 \text{ મી/સે}$$

2. 25 મી/સે ને કિમી/કલાક માં ફેરવો

$$\frac{25 \times 3600}{1000} = 90 \text{ કિમી/કલાક}$$

3. 100 મીટર લંબાઈની 36 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક થાંભલાને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે ?

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{36 \times 1000}{3600} = 10 \text{ મી/સે}$$

$$\text{થાંભલાને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય} = \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{ટ્રેનની ઝડપ}}$$

$$= \frac{100}{10}$$

$$= 10 \text{ સેકન્ડ}$$

4. 72 કિમી/ કલાક્ની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે ?

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{72 \times 1000}{3600} = 20 \text{ મી/સે.}$$

$$\therefore \text{ટ્રેનની લંબાઈ} = \text{ટ્રેનની ઝડપ} \times \text{સિગ્નલ પસાર કરવા લાગતો સમય}$$

$$= 20 \times 10$$

$$= 200 \text{ મીટર}$$

5. 200મીટર લંબાઈની ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની ઝડપ કેટલા કિલોમીટર/કલાક હશે ?

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{સિગ્નલ પસાર કરવા લાગતો સમય}}$$

$$= \frac{200}{12}$$

$$= \frac{50}{3} \text{ મી/સે}$$

$$\text{ટ્રેનની ઝડપ} = \frac{50}{3} \times \frac{3600}{1000}$$

$$= 60 \text{ કિમી/કલાક}$$

$$\therefore \text{ટ્રેનની ઝડપ } 60 \text{ કિમી/કલાક હશે.}$$

6. 54 કિમી/કલાકની ઝડપે 100 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને 50 મીટર લંબાઈનું પ્લેટફોર્મ પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?

ટ્રેને પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે કાપવું પડતું કુલ અંતર = ટ્રેનની લંબાઈ + પ્લેટફોર્મની લંબાઈ

= 100 + 50

= 150 મીટર

ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{54 \times 1000}{3600} = 15$ મી/સે.

પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય $= \frac{150}{15} = 10$ સેકન્ડ

7. 60 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને 120 મીટર લાંબા પ્લેટફોર્મને પસાર કરતા 15 સે. લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

ધારો કે ટ્રેનની લંબાઈ = x મીટર

ટ્રેન દ્વારા કાપવામાં આવેલું કુલ અંતર = ટ્રેનની લંબાઈ + પ્લેટફોર્મની લંબાઈ

= $(x + 120)$ મીટર

ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{60 \times 1000}{3600} = \frac{50}{3}$ મી/સે

$\therefore$ અંતર = ઝડપ x સમય

$\therefore x + 120 = \frac{50}{3} \times 15$

$\therefore x + 120 = 250$

$\therefore x = 130$

$\therefore$ ટ્રેનની લંબાઈ = 130 મીટર

8. 70 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 130 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને તેજ દિશામાં 52 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 120 મીટર લાંબી ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

કુલ કાપવામાં આવતું અંતર = બન્ને ટ્રેનોની લંબાઈનો સરવાળો

= 130 + 120 = 250 મીટર

બન્નેની સાપેક્ષ ઝડપ (એક જ દિશામાં) = 70 - 52

= 18 કિમી/કલાક

18 કિમી/કલાક $= \frac{18 \times 1000}{3600} = 5$ મી/સે.

$\therefore$ લાગતો સમય $= \frac{\text{અંતર}}{\text{ઝડપ}} = \frac{250}{5} = 50$

$\therefore$ એક જ દિશામાં ગતિ કરતી એક ટ્રેનને બીજી ટ્રેન પાસેથી પસાર થતા 50 સેકન્ડ લાગશે.

9. 50 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 110 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને તેની વિરુદ્ધ દિશામાં 40 કિમી/કલાકની ઝડપે 140 મીટર લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

કુલ કાપવામાં આવતું અંતર = બન્ને ટ્રેનોની લંબાઈનો સરવાળો

= 110 + 140

= 250 મીટર

બન્નેની સાપેક્ષ ઝડપ = 50 + 40

= 90 કિમી/કલાક

ઝડપ = $\frac{90 \times 1000}{3600}$ = 25 મી/સે.

∴ લાગતો સમય = $\frac{250}{25}$

= 10 સેકન્ડ

Short cut

$t = \frac{a+b}{u+v}$

$= \frac{110+140}{25}$

$= \frac{250}{25}$

= 10 સેકન્ડ

∴ વિરુધ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનોને એકબીજા પાસેથી પસાર થતા 10 સેકન્ડ લાગશે.

10. 120 મીટર લંબાઈની 90 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેનને તે જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = 90 - 54 = 36 કિમી/કલાક

ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = $\frac{36 \times 1000}{3600}$ = 10 મી/સે.

વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય = $\frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{ઝડપ}}$

$= \frac{120}{10}$

= 12 સેકન્ડ

∴ 90 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તે જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગશે.

11. 120 મીટર લંબાઈની 72 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તેની વિરુધ્ધ દિશામાં 36 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનમાં બેઠેલી વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?

ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = 72 + 36 = 108 કિમી/કલાક

ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = $\frac{108 \times 1000}{3600}$ = 30 મી/સે.

વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય $= \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{ઝડપ}}$

$= \frac{120}{30} = 4$ સેકન્ડ

∴ 120 મીટર લંબાઈની 72 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને તેની વિરુધ્ધ દિશામાં 36 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનમાં બેઠેલા વ્યક્તિને પસાર કરતા 4 સેકન્ડ લાગશે.

12. એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 3 સેકન્ડ અને પ્લેટફોર્મ પસાર કરતા 8 સેકન્ડ લાગે છે જો પ્લેટફોર્મની લંબાઈ 120 મીટર હોય તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

ધારો કે ટ્રેનની લંબાઈ = x મીટર

ટ્રેનને સિગ્નલને પસાર કરવા માટે તેની લંબાઈ x જેટલું અંતર કાપવું પડશે તે માટે લાગતો સમય = 3 સેકન્ડ

∴ ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{x}{3}$ મી/સે ....(1)

ટ્રેનને પ્લેટફોર્મ પસાર કરવા માટે તેની લંબાઈ x અને પ્લેટફોર્મની લંબાઈ 120 એમ બન્ને અંતરે કાપવું પડશે.

ટ્રેનને $(x+120)$ મીટર અંતર કાપવા માટે લાગતો સમય = 8 સેકન્ડ

∴ ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{x+120}{8}$ મી/સે ....(2)

સમીકરણ 1 અને 2 પરથી

$$\frac{x}{3} = \frac{x+120}{8}$$

$$8x = 3x + 360$$

$$5x = 360$$

$x = 72$ મીટર

∴ ટ્રેનની લંબાઈ = 72 મીટર હશે.

Short cut એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ (અથવા ઉભેલી વ્યક્તિ અથવા થાંભલા)ને પસાર કરતા t_1 સમય અને l લંબાઈના પ્લેટફોર્મ(અથવા પુલ)ને પસાર કરતા t_2 સમય લાગે તો

ટ્રેનની લંબાઈ $= l\left(\frac{t_1}{t_2 - t_1}\right)$

$= 120\left(\frac{3}{8-3}\right)$

$= 72$ મીટર

અને ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{l}{t_2 - t_1}$

$= \frac{120}{8-5} = \frac{120}{3}$ = 40 મી/સેકન્ડ

13. 7 મીટર/સેકન્ડ અને 5 મીટર/સેકન્ડની ઝડપે ચાલતી બે વ્યક્તિઓને સામેથી આવતી ટ્રેન અનુક્રમે 6 સેકન્ડ અને 5 સેકન્ડમાં પસાર કરે છે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

Short cut

ટ્રેનની લંબાઈ = $\frac{\text{બન્ને વ્યક્તિની ઝડપનો તફાવત x બન્નેને પસાર કરવા માટે લાગતો સમયનો ગુણાકાર}}{\text{બન્નેના સમયનો તફાવત}}$

$= \frac{(7-5) \times 6 \times 5}{(6-5)}$

$= \frac{2 \times 6 \times 5}{1}$ = 60 મીટર

14. A ટ્રેન દિલ્હીથી શરૂ થઈ કાનપુર જાય છે. જ્યારે B ટ્રેન કાનપુરથી શરૂ થઈ દિલ્હી જાય છે. રસ્તામાં બન્ને ટ્રેન એકબીજા પાસેથી ક્રોસ થયા બાદ અનુક્રમે 4 કલાકે કાનપુર અને 9 કલાકે દિલ્હી પહોચે છે. જો કાનપુરથી ઉપડેલી B ટ્રેનની ઝડપ 60 કિમી/કલાક હોય તો A ટ્રેનની ઝડપ શોધો.

Short cut

$\frac{\text{A ની ઝડપ}}{\text{B ની ઝડપ}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

જ્યાં b = B ટ્રેનને ક્રોસીગ બાદ પહોચતા લાગતો સમય

a = A ટ્રેનને ક્રોસીંગ બાદ પહોચતા લાગતો સમય

$\frac{\text{A ની ઝડપ}}{60} = \sqrt{\frac{9}{4}}$

A ની ઝડપ $= 60 \times \frac{3}{2}$

= 90 કિમી/કલાક

દિલ્હીથી કાનપુર જતી A ટ્રેનની ઝડપ 90 કિમી/કલાક હશે.

15. 130 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં ગતિ કરતી 110 મીટર લંબાઈની બીજી ટ્રેનને પસાર કરતા 20 સેકન્ડ લાગે છે. જો બીજી ટ્રેન તેની વિરુધ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી હોય તો તેને પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો બન્ને ટ્રેનોની ઝડપ શોધો.

Short cut

ઝડપી ટ્રેનની ઝડપ $= \left(\frac{l_1+l_2}{2}\right)\left(\frac{t_1+t_2}{t_1\ t_2}\right)$

જ્યાં $l_1 =$ એક ટ્રેનની લંબાઈ

$l_2 =$ બીજી ટ્રેનની લંબાઈ

$t_1 =$ એક જ દિશામાં પસાર થતા લાગતો સમય

$t_2 =$ વિરુધ્ધ દિશામાં પસાર થતા લાગતો સમય

$= \left(\frac{130+110}{2}\right)\left(\frac{20+12}{20 \times 12}\right)$

$= \left(\frac{240}{2}\right)\left(\frac{32}{240}\right)$

= 16 મી/સે.

ધીમી ટ્રેનની ઝડપ $= \left(\frac{l_1+l_2}{2}\right)\left(\frac{t_1-t_2}{t_1\ t_2}\right)$

$= \left(\frac{130+110}{2}\right)\left(\frac{20-12}{20 \times 12}\right)$

$= \left(\frac{240}{2}\right)\left(\frac{8}{240}\right)$

= 4 મી/સે.

ટૂંકમાં ગાડીની ઝડપ = બન્ને ટ્રેનની સરેરાશ લંબાઈ x $\left[\frac{1}{\text{વિરૂદ્ધ દિશામાં લાગતો સમય}} \pm \frac{1}{\text{એકજ દિશામાં લાગતો સમય}}\right]$

16. 120 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં ગતિ કરતી તેટલી જ લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા 10 સેકન્ડ અને તેટલી લંબાઈની તેની વિરુધ્ધ દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા 6 સેકન્ડ લાગે તો બન્ને ટ્રેનોની ઝડપ શોધો.

Short cut

જો બન્ને ટ્રેનોની લંબાઈ સરખી છે.

ઝડપી ગતિ કરતી ટ્રેનની ઝડપ $= l\left(\frac{t_1+t_2}{t_1\ t_2}\right)$

$= 120\left(\frac{10+6}{10 \times 6}\right)$

= 32 મી/સે.

ધીમી ગતિ કરતી ટ્રેનની ઝડપ $= l\left(\frac{t_1 - t_2}{t_1 t_2}\right)$

$= 120\left(\frac{10-6}{10 \times 6}\right)$

$= \frac{120 \times 4}{60}$

= 8 મી/સે.

17. 25 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેન અમદાવાદથી સાંજે 5 વાગે નીકળે છે જ્યારે 35 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેન તે જ સ્થળેથી તે જ દિશામાં રાત્રે 10 વાગે નીકળે છે તો બન્ને ટ્રેન કેટલા સમયે અને કેટલા અંતરે એકબીજાને મળશે ?

સાંજે 5 થી રાત્રે 10 વચ્ચેનો સમયગાળો = 5 કલાક

5 કલાકમાં પહેલી ટ્રેને કાપેલું અંતર = 5 x 25 = 125 કિમી.

બીજી ટ્રેને પહેલી ટ્રેનનું (35 - 25) = 10 કિલોમીટરનું અંતર કાપતાં લાગતો સમય = 1 કલાક

$\therefore$ 125 કિમી.નું અંતર કાપવા માટે બીજી ટ્રેનને લાગતો સમય $= \frac{125}{10} = 12.5$ કલાક

$\therefore$ રાત્રે 10 થી 12.5 કલાક એટલે બીજે દિવસે સવારે 10.30 કલાકે બન્ને ટ્રેન મળશે

12.5 કલાકમાં બીજી ટ્રેને કાપેલ અંતર = સમય x ઝડપ

= 12.5 x 35

= 437.5

$\therefore$ અમદાવાદથી 437.5 કિમીનાં અંતરે બન્ને ટ્રેન ભેગી થશે.

Short cut

અમદાવાદથી બન્ને ટ્રેનોને મળવાનું અંતર $= \frac{\text{પહેલી ટ્રેનની ઝડપ x બીજી ટ્રેનની ઝડપ x સમયનો તફાવત}}{\text{બન્નેની ઝડપનો તફાવત}}$

$= \frac{25 \times 35 \times 5}{35 - 25}$

$= \frac{25 \times 35 \times 5}{10}$

= 437.5 કિમી

$$\text{બન્ને ટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમયગાળો} = \frac{\text{પહેલી ટ્રેનની ઝડપ x સમયનો તફાવત}}{\text{બન્નેની ઝડપનો તફાવત}}$$

$$= \frac{25 \times 5}{35 - 25}$$

$$= 12.5 \text{ કલાક}$$

∴ અમદાવાદથી સાંજે 5 કલાકે અને રાત્રે 10 કલાકે ઉપડતી ટ્રેન 437.5 કિલોમીટરે અને 12.5 કલાક પછી ભેગી થશે.

18. A થી B સ્ટેશન વચ્ચેનું અંતર 110 મીટર છે. 20 કિમી/કલાકની ઝડપે એક ટ્રેન A થી B તરફ સવારે 7 વાગેથી ગતિ કરે છે. જ્યારે 25 કિમી/કલાકની ઝડપે બીજી ટ્રેન B થી A તરફ સવારે 8 વાગેથી ગતિ કરે છે તો બન્ને ટ્રેન કેટલા વાગે એકબીજાને મળશે?

8 વાગ્યા સુધીમાં એક ટ્રેને કાપેલું અંતર = 20 કિમી.

∴ બાકીનું અંતર 110 - 20 = 90 કિમી બન્ને ટ્રેન તેની સાપેક્ષ ઝડપ = 20 + 25 = 45 કિમી/કલાકની ઝડપે કાપશે.

$$\therefore \text{ બન્ને ટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમય} = \frac{90}{45}$$

$$= 2 \text{ કલાક}$$

∴ બન્ને ટ્રેનો 2 કલાક પછી એટલે કે 8 + 2 = 10 વાગે મળશે.

Short cut

$$\text{બન્ને ટ્રેનોને ભેગી થવાનો સમય} = \frac{\begin{pmatrix}\text{બન્ને સ્ટેશન}\\\text{વચ્ચેનું અંતર}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{સમયનો}\\\text{તફાવત}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{પહેલી ટ્રેનની}\\\text{ઝડપ}\end{pmatrix}}{\text{બન્નેની ઝડપનો સરવાળો}}$$

$$= \frac{110 - (1)(20)}{45} = 2 \text{ કલાક}$$

19. 62 કિમી/કલાકની ઝડપે અને 40 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બે ટ્રેનને સામસામેની દિશામાં પસાર થતા 18 સેકન્ડ લાગે છે. જો તેમાંની એક ટ્રેનની લંબાઈ 190 મીટર હોય તો બીજી ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

Short cut

બીજી ટ્રેનની લંબાઈ = સાપેક્ષ ઝડપ x એકબીજા પાસેથી પસાર થતા લાગતો સમય - પહેલી ટ્રેનની લંબાઈ

$$= \left(102 \times \frac{5}{18}\right) \times 18 - 190$$

$$= 320 \text{ મીટર}$$

20. 60 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 100 મીટર લાંબી ટ્રેનને તેની સામેથી આવતી 120 મીટર લાંબી ટ્રેનને પસાર કરતા 6 સેકન્ડ લાગે છે તો સામેથી આવતી ટ્રેનની ઝડપ શોધો.

Short cut

બીજી ટ્રેનની ઝડપ = બન્ને ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ - પહેલી ટ્રેનની ઝડપ

$= \left(\frac{120 + 100}{6} \times \frac{18}{5}\right) - 60$ સાપેક્ષ ઝડપ $= \left(\frac{\text{કુલ લંબાઈ}}{\text{સમય}} \times \frac{18}{5}\right)$ કિમી/કલાક

$= 132 - 60$

પ્રેક્ટિસ

1. 360 કિમી/ કલાક ને મી/સે માં ફેરવો.
2. 120 મીટર લંબાઈની 72 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક ઊભેલી વ્યક્તિને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?
3. 144 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 5 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.
4. 200 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 12 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની ઝડપ કિમી/કલાકમાં શોધો.
5. 180 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી 120 મીટર લાંબી ટ્રેનને 80 મીટર લાંબો પુલ પસાર કરતા કેટલો સમય લાગે?
6. 400 મીટર લંબાઈની માલગાડીને 140 મીટર લાંબુ પ્લેટફોર્મ પસાર કરતા 36 સેકન્ડ લાગે તો માલગાડીની ઝડપ શોધો.
7. 60 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને 150 મીટર લાંબા સ્ટેશનને પસાર કરતા 15 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ કેટલા મીટર હશે?
8. 250 મીટર લંબાઈ ની 80 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેનને તેજ દિશામાં 150 મીટર લંબાઈની 70 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી ટ્રેનને પસાર કરતા કેટલો સમય લાગશે?
9. 72 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી એક ટ્રેન તેની જ દિશામાં 54 કિમી/કલાકની ઝડપે ગતિ કરતી બીજી ટ્રેનને 2 મિનિટમાં પસાર કરી શકે છે. જો પહેલી ટ્રેનની લંબાઈ 130 મીટર હોય તો બીજી ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.
10. 200 મીટર લાંબી એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ લાગે છે. જ્યારે બીજી તેની વિરુધ્ધ દિશામાં આવતી તેટલી જ લંબાઈની ટ્રેનને પસાર કરતા 8 સેકન્ડ લાગે છે તો બીજી ટ્રેનની ઝડપ શોધો.
11. 5 મી/સે. અને 10 મી/સે.ની ઝડપે ચાલતી વ્યક્તિને સામેથી આવતી ટ્રેનને પસાર થતા અનુક્રમે 8 સેકન્ડ અને 7 સેકન્ડ લાગે તો ટ્રેનની લંબાઈ શોધો.

12. એક ટ્રેન Aથી B સુધીનું અંતર કાપે છે. જ્યારે બીજી ટ્રેન B થી A સુધીનું અંતર કાપે છે. બન્ને ટ્રેનો વચ્ચે ભેગી થયા પછી અનુક્રમે 4 કલાક અને 25 કલાકે પોતાના સ્ટેશને પહોચે છે. જો બીજી ટ્રેનની ઝડપ 40કિમી/કલાક હોય તો પહેલી ટ્રેનની ઝડપ શોધો.

જવાબો

1. $\frac{360 \times 1000}{3600} = 100$ મી/સે.

2. ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{72 \times 1000}{3600} = 20$ મી/સે

ઊભેલી વ્યક્તિને પસાર કરવા માટે લાગતો સમય $= \frac{120}{20}$

$= 6$ સેકન્ડ

3. ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{144 \times 1000}{3600} = 40$ મી/સે.

ટ્રેનની લંબાઈ = ઝડપ x સમય

$= 40 \times 5$

$= 200$ મીટર

4. ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{\text{ટ્રેનની લંબાઈ}}{\text{સિગ્નલ પસાર કરવા માટે લાગતો સમય}}$

$= \frac{200}{12}$

$= \frac{50}{3}$ મી/સે.

ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{50}{3} \times \frac{3600}{1000}$

$= 60$ કિમી/કલાક

5. ટ્રેને કાપવું પડતું કુલ અંતર $= 120 + 80 = 200$ મીટર

ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{180 \times 1000}{3600} = 50$ મી/સે

લાગતો સમય $= \frac{200}{50} = 4$ સેકન્ડ

6. માલગાડીએ કાપેલું કુલ અંતર $= 400 + 140$

$= 540$ મીટર

માલગાડીની ઝડપ $= \frac{\text{અંતર}}{\text{સમય}}$

$= \frac{540}{36}$

$= 15$ મી/સે.

માલગાડીની ઝડપ $= \frac{15 \times 3600}{1000}$

$= 54$ કિમી/કલાક

7. ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{60 \times 1000}{3600}$

$= \frac{50}{3}$ મી/સે.

કાપેલું અંતર = ઝડપ x સમય

$x + 150 = \frac{50}{3} \times 15$

$x + 150 = 250$

$x = 100$ મીટર

∴ ટ્રેનની લંબાઈ 100 મીટર હશે.

8. ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = 80 - 70 = 10 કિમી/કલાક

ઝડપ $= \frac{10 \times 1000}{3600}$

$= \frac{25}{9}$ મી/સે

લાગતો સમય $= \frac{a+b}{u-v}$

$= \frac{250+150}{\frac{25}{9}}$

$= \frac{400 \times 9}{25}$

$= 144$ સેકન્ડ

9. ધારો કે બીજી ટ્રેનની લંબાઈ $= x$ મીટર

સમાન દિશામાં ગતિ કરતી ટ્રેનની સાપેક્ષ ઝડપ = (72 - 54) કિમી/કલાક = 18 કિમી/કલાક

સાપેક્ષ ઝડપ $= \frac{18 \times 1000}{3600} = 5$ મી/સે.

પસાર કરવાનું અંતર $= (130 + x)$ મીટર

અંતર = ઝડપ x સમય

$130 + x = 5 \times 120$ (2 મિનિટ = 120 સેકન્ડ)

$x = 600 - 130$

$x = 470$ મીટર

∴ બીજી ટ્રેનની લંબાઈ 470 મીટર હશે.

10. પહેલી ટ્રેનની ઝડપ $= \frac{200}{10} = 20$ મી/સે.

સાપેક્ષ ઝડપ $= \frac{200 + 200}{8}$

$= \frac{400}{8} = 50$ મી/સે

∴ બીજી ટ્રેનની ઝડપ $= 50 - 20 = 30$ મી/સે

11. ટ્રેનની લંબાઈ = $\frac{\text{ઝડપનો તફાવત x સમયનો ગુણાકાર}}{\text{સમયનો તફાવત}}$

$= \frac{(10-5) \times 8 \times 7}{8 - 7}$

$= 5 \times 56$

$= 280$ મીટર

12. પહેલી ટ્રેનની ઝડપ = બીજી ટ્રેનની ઝડપ x $\sqrt{\frac{b}{a}}$

$= 40 \times \sqrt{\frac{25}{4}}$

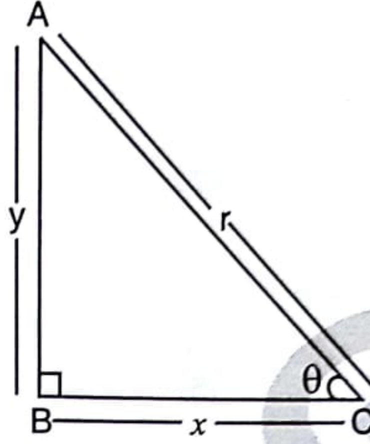
$= 40 \times \frac{5}{2}$

$= 100$

∴ પહેલી ટ્રેનની ઝડપ 100 કિમી/કલાક હશે.

ત્રિકોણમિતિ

પાયથાગોરસનો નિયમ : કાટકોણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણો બનાવતી બાજુઓના માપના વર્ગોનો સરવાળો કર્ણના વર્ગ બરાબર થાય છે.



ΔABC માં $\angle B$ કાટખૂણો હોવાથી $\angle A$ અને $\angle C$ લઘુકોણ થશે. તેથી પાયથાગોરસના નિયમ મુજબ

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$(y)^2 + (x)^2 = r^2 \quad ....(1)$$

સમી 1 ને r^2 વડે ભાગતા

$$\frac{y^2}{r^2} + \frac{x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2}$$

$$\therefore \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1 \quad ....(2)$$

ધારો કે $m\angle C = \theta \ (0 < \theta < 90)$ છે. ΔABC માં છ ગુણોત્તરો એટલે $\frac{y}{r}, \frac{x}{r}, \frac{y}{x}, \frac{x}{y}, \frac{r}{x}, \frac{r}{y}$ મળે અને આ ગુણોત્તરો θ પર આધારીત હોવાથી તેને θ ના ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો કહે છે.

$\therefore \frac{y}{r}$ ને θ નો sine કહે છે.

$$\therefore \sin\theta = \frac{y}{r} \quad ....(3)$$

$\frac{x}{r}$ ને θ નો cosine કહે છે.

$$\therefore \cos\theta = \frac{x}{r} \quad ....(4)$$

$\frac{y}{x}$ ને θ નો tangent કહે છે. $\therefore \tan\theta = \frac{y}{x}$ ....(5)

$\frac{x}{y}$ ને θ નો cotangent કહે છે.

$$\therefore \quad \cot\theta = \frac{x}{y} \quad \text{.............(6)}$$

$\frac{r}{x}$ ને θ નો secant કહે છે.

$$\therefore \quad \sec\theta = \frac{r}{x} \quad \text{.............(7)}$$

$\frac{r}{y}$ ને θ નો cosecant કહે છે.

$$\therefore \quad \text{cosec}\,\theta = \frac{r}{y} \quad \text{.............(8)}$$

હવે સમી

$$\left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1$$

$\therefore \ (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$ (સમી 3,4,પરથી)

$$\therefore \quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \text{.............(9)}$$

તેથી $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ અને

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ થાય.

હવે સમી 5 પરથી

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

અંશ-છેદને r વડે ભાગતાં

$$\tan\theta = \frac{y/r}{x/r}$$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (સમી 3,4 પરથી)

(સમી 6 પરથી)

$$\cot\theta = \frac{x}{y}$$

અંશ-છેદને r વડે ભગતાં

$$\cot\theta = \frac{x/r}{y/r}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta/\cos\theta}$$ (સમી 3, 4 પરથી)

$$\therefore \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\therefore \tan\theta\cot\theta = 1$$

(સમી 7 પરથી)

$$\sec\theta = \frac{r}{x}$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\frac{x}{r}}$$

$$\therefore \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$ (સમી 4 પરથી)

$$\therefore \sec\theta\cos\theta = 1$$

તેવી જ રીતે સમી 8 પરથી

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{r}{y}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\frac{y}{r}}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$ (સમી 3 પરથી)

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta\sin\theta = 1$$

હવે સમી 9 પરથી

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

સમીકરણને $\cos^2\theta$ વડે ભાગતાં

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\therefore \quad \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\therefore \quad \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

હવે સમી 9 ને $\sin^2\theta$ વડે ભાગતા

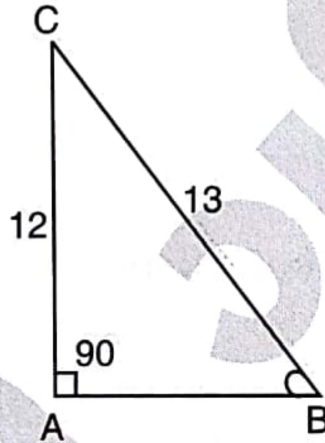
$$\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

$$\therefore \quad \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

ઉદાહરણ

1. ΔABC માં $AC = 12$, $BC = 13$, $m\angle A = 90$ હોય તો $\angle B$ના તમામ ત્રિકોણમિતિય ગુણોતરો શોધો.



ΔABC માં $\angle A$ કાટખૂણો હોવાથી $\overline{BC}$ કર્ણ થાય તેથી પાયથાગોરસના નિયમ મુજબ

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$(12)^2 + AB^2 = (13)^2$$

$$144 + AB^2 = 169$$

$$AB^2 = 169 - 144$$

$$AB^2 = 25 \quad \therefore AB = 5$$

$$\sin B = \frac{\text{સામેની બાજુ}}{\text{કર્ણ}} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}$$

$$\cos B = \frac{\text{પાસેની બાજુ}}{\text{કર્ણ}} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$$

$$\tan B = \frac{\text{સામેની બાજુ}}{\text{પાસેની બાજુ}} = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{5}$$

$$\cot B = \frac{\text{પાસેની બાજુ}}{\text{સામેની બાજુ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$$

$$\text{cosec B} = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{સામેની બાજુ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{13}{12}$$

$$\text{sec B} = \frac{\text{કર્ણ}}{\text{પાસેની બાજુ}} = \frac{BC}{AB} = \frac{13}{5}$$

2. જો $\cos A = \frac{4}{5}$ તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ મિતિય ગુણોત્તરો શોધો.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \quad \text{(સમીકરણ 9 મુજબ)}$$

$$\sin^2 A + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 A + \frac{16}{25} = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\sin^2 A = \frac{25 - 16}{25}$$

$$\sin^2 A = \frac{9}{25}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \quad \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{4/5} = \frac{5}{4}$$

$$\text{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{3/5} = \frac{5}{3}$$

3. જો $\text{cosec} A = \frac{13}{5}$ તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ મિતિય ગુણોત્તર શોધો.

$$\text{cosec} A = \frac{13}{5}$$

$$\frac{1}{\sin A} = \frac{13}{5}$$

$$\therefore \quad \sin A = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \quad \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{5}{13}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{25}{169} + \cos^2 A = 1$$

$$\therefore \cos^2 A = 1 - \frac{25}{169}$$

$$\cos^2 A = \frac{144}{169}$$

$$\therefore \cos A = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{5/13}{12/13} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{12/13}{5/13} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{12/13} = \frac{13}{12}$$

4. જો $\tan A = \frac{5}{12}$ તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણ મિતિય ગુણોત્તરં શોધો.

$$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$$

$$\sec^2 A - \left(\frac{5}{12}\right)^2 = 1$$

$$\sec^2 A - \frac{25}{144} = 1$$

$$\sec^2 A = 1 + \frac{25}{144}$$

$$\sec^2 A = \frac{169}{144}$$

$$\sec A = \frac{13}{12}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{\cos A} = \frac{13}{12}$$

$$\therefore \quad \cos A = \frac{12}{13}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sin^2 A + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 A + \frac{144}{169} = 1$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{144}{169}$$

$$\sin^2 A = \frac{25}{169}$$

$$\sin A = \frac{5}{13}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{12/13}{5/13} = \frac{12}{5}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{5/13} = \frac{13}{5}$$

ત્રિકોણ મિતીય ગુણોત્તરોના મુલ્યો

ખૂણો / ત્રિકોણ મીતીય ગુણોત્તર	0	30	45	60	90
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	અવ્યાખ્યાયીત
$\cot\theta$	અવ્યાખ્યાયીત	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	અવ્યાખ્યાયીત
$\operatorname{cosec}\theta$	અવ્યાખ્યાયીત	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

5. $\sin60\sin45+\cos60\cos45$ ની કિંમત શોધો.

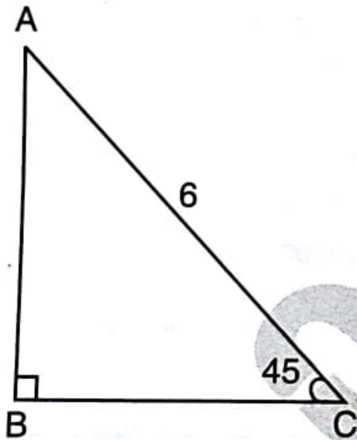
$$\sin60\sin45+\cos60\cos45 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

6. ΔABC માં $m\angle B = 90, m\angle C = 45$ તથા $AC = 6$ તો ΔABCનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



$$\sin45 = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AB}{6}$$

$$\therefore AB = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\cos45 = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{6}$$

$$\therefore BC = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

કાટકોણ ΔABC નું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$= 9$$

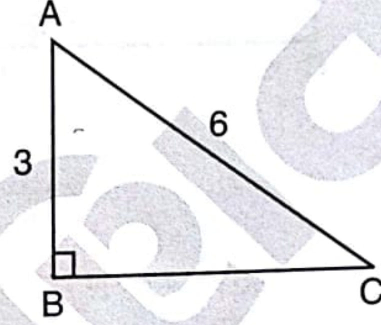
7. $\dfrac{\sin60+\cos30}{1+\sin30+\cos60}$ ની કિંમત શોધો.

$$\frac{\sin60+\cos30}{1+\sin30+\cos60} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+1/2+1/2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}/2}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

8. ΔABC માં $m\angle B = 90$, $AB = 3$, $AC = 6$ તો $m\angle C$, $m\angle A$, અને BC શોધો.



$$\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{6}$$

$$\therefore \sin C = \frac{1}{2}$$

$$\therefore m\angle C = 30 \quad \left[\because \sin 30 = \frac{1}{2}\right]$$

ΔABC માં $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$

$$m\angle A + 90 + 30 = 180$$

$$m\angle A = 60$$

પાયથાગોરસના પ્રમેય મુજબ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$(6)^2 = (3)^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 36 - 9$$

$$BC^2 = 27$$

$$BC = 3\sqrt{3}$$

9. $\cos x = \sin 60 \cos 30 - \cos 60 \sin 30$ તો x ની કિંમત શોધો.

$$\cos x = \sin 60 \cos 30 - \cos 60 \sin 30$$

$$\therefore \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} x \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} x \frac{1}{2}$$

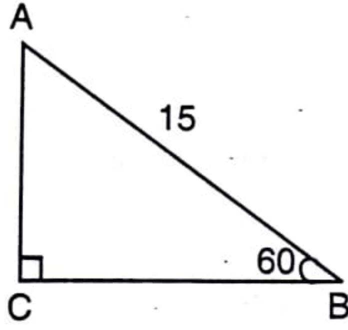
$$\therefore \cos x = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\therefore \cos x = \frac{2}{4}$$

$$\therefore \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 60$$

10. ΔABCમાં $m\angle C = 90, m\angle B = 60$ અને $AB = 15$ તો બાકીના ખૂણાઓ અને બાજુઓના માપ શોધો.



ΔABCમાં

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$$

$$m\angle A + 60 + 90 = 180$$

$$\therefore m\angle A = 30$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin 60 = \frac{AC}{15}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{15}$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2} = AC$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos 60 = \frac{BC}{15}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BC}{15}$$

$$\therefore BC = 7.5$$

- જો બે ખૂણાઓનો સરવાળો 90 થાય તો તે બે ખૂણાઓ એકબીજાના કોટીકોણ કહેવાય છે.

કોટીકોણ વિશેના ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો.

- પ્રત્યેક $\theta \in R, 0 \le \theta \le 90$ માટે $\sin(90-\theta) = \cos\theta$ અને $\cos(90-\theta) = \sin\theta$
- પ્રત્યેક $\theta \in R, 0 \le \theta \le 90$ માટે $\cot(90-\theta) = \tan\theta$ અને $\operatorname{cosec}(90-\theta) = \sec\theta$
- પ્રત્યેક $\theta \in R, 0 < \theta \le 90$ માટે $\tan(90-\theta) = \cot\theta$ અને $\sec(90-\theta) = \operatorname{cosec}\theta$

11. $\frac{\cos 50}{\sin 40} + \frac{\sin 42}{\cos 48} - \frac{2\tan 18}{\cot 72}$ ની કિંમત શોધો.

$$\frac{\cos 50}{\sin 40} + \frac{\sin 42}{\cos 48} - \frac{2\tan 18}{\cot 72}$$

$$= \frac{\cos 50}{\cos(90-40)} + \frac{\sin 42}{\sin(90-48)} - \frac{2\tan 18}{\tan(90-72)}$$

$$= \frac{\cos 50}{\cos 50} + \frac{\sin 42}{\sin 42} - \frac{2\tan 18}{\tan 18}$$

$= 1 + 1 - 2$

$= 0$

12. $\tan 47 \tan 24 \tan 43 \tan 66$ ની કિંમત શોધો.

$\tan 47 \tan 24 \tan 43 \tan 66$

$= \tan 47 \tan 24 \cot (90 - 43) \cot (90 - 66)$

$= \tan 47 \tan 24 \cot 47 \cot 24$

$= [\tan 47 \cot 47] [\tan 24 . \cot 24]$

$= (1)(1)$

$= 1$

13. $\cot 12 \ \cot 38 \cot 52 \tan 60 \cot 78$ ની કિંમત શોધો.

$\cot 12 \ \cot 38 \cot 52 \tan 60 \cot 78$

$= \cot 12 \ \cot 38 \tan (90 - 52) \sqrt{3} \tan (90 - 78)$

$= \cot 12 \ \cot 38 \tan 38 \sqrt{3} \tan 12$

$= \sqrt{3} [\cot 12 \tan 12] [\cot 38 \tan 38]$

$= \sqrt{3} (1)(1)$

$= \sqrt{3}$

14. $\sec 70 \sin 20 - \cos 20 \operatorname{cosec} 70$ની કિંમત શોધો.

$\sec 70 \sin 20 - \cos 20 \operatorname{cosec} 70$

$= \operatorname{cosec} (90 - 70) \sin 20 - \cos 20 \sec (90 - 70)$

$= \operatorname{cosec} 20 \sin 20 - \cos 20 \sec 20$

$= 1 - 1$ [$\operatorname{cosec}\theta \sin\theta = 1$ અને $\cos\theta \sec\theta = 1$]

$= 0$

15. $\sin^2 25 + \sin^2 65$ ની કિંમત શોધો.

$= \sin^2 25 + \sin^2 65 = \sin^2 25 + \cos^2 (90 - 65)$

$= \sin^2 25 + \cos^2 25$

$= 1$

16. $\frac{\cos50}{\sin40}+\frac{\sin15}{\cos75}$ ની કિંમત શોધો. (તલાટીકમ મંત્રી ૨૨-૨-૧૪)

$$\frac{\cos50}{\sin40}+\frac{\sin15}{\cos75}$$

$$=\frac{\cos50}{\cos(90-40)}+\frac{\sin15}{\sin(90-75)}$$

$$=\frac{\cos50}{\cos 50}+\frac{\sin15}{\sin 15}$$

$$=1+1$$

$$=2$$

17. $\sin x=\sin60\cos30 - \cos60\sin30$ તો x ની કિંમત શોધો. (જુનીયર કલાર્ક ૨૩-૨-૧૪)

$$\sin x=\sin60\cos30-\cos60\sin30$$

$$=\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$$

$$=\frac{2}{4}$$

$$\therefore \sin x=\frac{1}{2} \quad \left[\because \sin30=\frac{1}{2}\right]$$

$$\therefore x=30$$

18. $(\cos\theta-\sin\theta)^2+(\cos\theta+\sin\theta)^2=?$

$$(\cos\theta-\sin\theta)^2+(\cos\theta+\sin\theta)^2$$

$$=\cos^2\theta-2\cos\theta\sin\theta+\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\cos\theta\sin\theta+\sin^2\theta$$

$$=\cos^2\theta+\sin^2\theta+\cos^2\theta+\sin^2\theta$$

$$=1+1$$

$$=2$$

19. $\frac{\cos70}{\sin20}+\cos59\,\text{cosec}31$ ની કિંમત શોધો.

$$=\frac{\cos70}{\sin20}+\cos59\,\text{cosec}31$$

$$=\frac{\cos70}{\cos(90-20)}+\cos59\sec(90-31)$$

$$= \frac{\cos 70}{\cos 70} + \cos 59 \sec 59$$

$$= \frac{\cos 70}{\cos 70} + \frac{\cos 59}{\cos 59}$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

20. જો 3θ એ લઘુકોણનું માપ હોય તથા $\sin 3\theta = \cos(\theta - 26)$ હોય તો θ ની કિંમત શોધો.

$$\sin 3\theta = \cos(\theta - 26)$$

$$\therefore \sin 3\theta = \sin[90 - (\theta - 26)]$$

$$\therefore \sin 3\theta = \sin[90 - \theta + 26]$$

$$\therefore \sin 3\theta = \sin[116 - \theta]$$

$$3\theta = 116 - \theta$$

$$4\theta = 116$$

$$\therefore \theta = 29$$

20. જો લઘુકોણના માપ θ માટે $\sin\theta = \cos\theta$ હોય તો $2\tan^2\theta + \sin^2\theta + 1$ ની કિંમત શોધો.

$$\sin\theta = \cos\theta$$

$$\therefore \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1$$

$$\therefore \tan\theta = 1$$

$$\therefore \theta = 45$$

હવે $2\tan^2\theta + \sin^2\theta + 1$

$$= 2\tan^2 45 + \sin^2 45 + 1$$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1$$

$$= 2 + \frac{1}{2} + 1$$

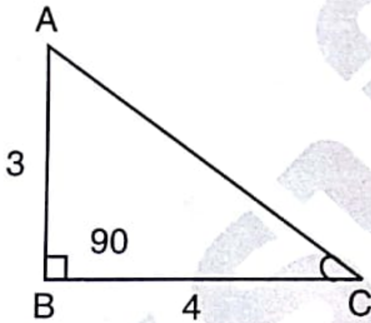
$$= \frac{7}{2}$$

પ્રેક્ટિસ

1. ΔABCમાં $m\angle B = 90$, $AB = 3$, $BC = 4$ હોય તો $\angle C$ના તમામ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તર શોધો.
2. $\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તર શોધો.
3. જો $\operatorname{cosec}A = \sqrt{10}$ હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો શોધો.
4. જો $\tan\theta = \frac{3}{4}$ હોય તો બાકીના પાંચ ત્રિકોણમિતિય ગુણોત્તરો શોધો.
5. $\sin(50+\theta) - \cos(40-\theta)$ ની કિંમત શોધો.
6. $\sin^2 60 + \cos^2 60 + \cot^2 45 + \sec^2 60 - \operatorname{cosec}^2 30$ની કિંમત શોધો.
7. $\frac{1}{(1+\tan^2\theta)} + \frac{1}{(1+\cot^2\theta)} = ?$
8. $\tan 35 \tan 40 \tan 45 \tan 50 \tan 55$ ની કિંમત શોધો.
9. જો $\sin^2 x + \cos^2 42 = 1$ હોય તો x ની કિંમત શોધો.
10. જો $\sec 2A = \operatorname{cosec}(A - 42)$ જ્યાં 2A લઘુકોણનું માપ હોય તો Aની કિંમત શોધો.
11. જો $0 < \theta < 90$ માટે $\sin\theta = \cos 30$ તો $2\tan^2\theta - 1$નું મૂલ્ય શોધો.

જવાબો

1.



$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$(3)^2 + (4)^2 = AC^2$$
$$9 + 16 = AC^2$$
$$25 = AC^2$$
$$\therefore AC = 5$$

$$\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$$
$$\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$
$$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$
$$\cot C = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$$
$$\operatorname{cosec} C = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{3}$$ અને $$\sec C = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{4}$$

2.

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$$\frac{5}{9} + \cos^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{5}{9}$$

$$\cos^2\theta = \frac{4}{9}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{5}/3}{2/3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{2/3}{\sqrt{5}/3} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{3}{2}$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

3.

$$\operatorname{cosec} A = \sqrt{10}$$

$$\therefore \sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\frac{1}{10} + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \frac{1}{10}$$

$$\cos^2 A = \frac{9}{10}$$

$$\cos A = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1/\sqrt{10}}{3/\sqrt{10}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{3/\sqrt{10}}{1/\sqrt{10}} = 3$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

4. $$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1$$

$$\sec^2\theta - \frac{9}{16} = 1$$

$$\sec^2\theta = 1 + \frac{9}{16}$$

$$\sec^2\theta = \frac{25}{16}$$

$$\sec\theta = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\theta + \frac{16}{25} = 1$$

$$\sin^2\theta = \frac{9}{25}$$

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{5}{3}$$

5. $\sin(50+\theta) - \cos(40-\theta)$

$= \cos[90-(50+\theta)] - \cos(40-\theta)$

$= \cos(40-\theta) - \cos(40-\theta)$

$= 0$

6. $\sin^2 60 + \cos^2 30 + \cot^2 45 + \sec^2 60 - \text{cose}^2 30$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (1)^2 + (2)^2 - (2)^2$

$= \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + 1 + 4 - 4\right)$

$= \left(\frac{6}{4} + 1\right)$

$= \frac{10}{4}$

$= \frac{5}{2}$

7. $\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\text{cose}^2\theta} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

8. $\tan 35 \tan 40 \tan 45 \tan 50 \tan 55$

$= \tan 35 \tan 40 (1) \cot 40 \cot 35$

$= (1) \tan 35 \cot 35 \tan 40 \cot 40$

$= (1)(1)(1)$

$= 1$

9. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ હોવાથી $x = 42$ થાય.

10.
$\sec 2A = \text{cosec}(A-42)$

$\therefore \sec 2A = \sec[90-(A-42)]$

$\therefore \sec 2A = \sec(132-A)$

$\therefore 2A = 132 - A$

$3A = 132$

$A = 44$

11.
$\sin\theta = \cos 30$

$= \sin(90-30)$

$= \sin 60$

$\therefore \theta = 60$

$2\tan^2\theta - 1 = 2\tan^2 60 - 1$

$= 2(\sqrt{3})^2 - 1$

$= 6 - 1$

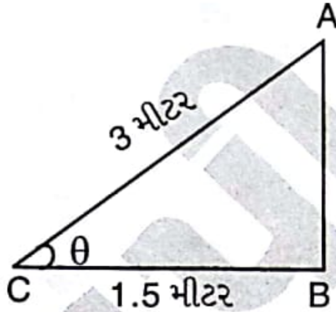
$= 5$

અંતર ઊંચાઈ

- ક્ષૈતિજ કિરણ (Horizontal Ray) : નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતા અને પૃથ્વીની સપાટીને સમાંતર કિરણને ક્ષૈતિજ કિરણ કહે છે.
- દૃષ્ટિકિરણ (Ray of Vision) : નિરીક્ષકની આંખમાંથી નીકળતા અને નિરીક્ષણ હેઠળના પદાર્થમાંથી પસાર થતા કિરણને દૃષ્ટિકિરણ કહે છે.
- ઉત્સેધ કોણ (Angle of Elevation) : જો નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ નિરીક્ષકની આંખથી ઊંચે હોય, તો નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દૃષ્ટિકિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુમાંથી પસાર થતા સમક્ષિતિજ કિરણના યોગગણથી બનતા ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ ઉત્સેધકોણ કહે છે.
- અવસેધકોણ (Angle of Depressions) : નિરીક્ષણ હેઠળનો પદાર્થ જ્યારે નિરીક્ષકની આંખથી નીચે હોય પણ નિરીક્ષકની બિલકુલ નીચે ન હોય ત્યારે નિરીક્ષણબિંદુમાંથી પસાર થતા સમક્ષિતિજ કિરણ અને નિરીક્ષણ બિંદુથી તે પદાર્થ તરફના દૃષ્ટિકિરણના યોગથી બનતા ખૂણાને તે પદાર્થનો નિરીક્ષણ બિંદુને સાપેક્ષ અવસેધકોણ કહે છે.

ઉદાહરણો

1. 3 મીટર લાંબી નિસરણીનો એક છેડો દીવાલથી 1.5 મીટર હોય તો નિસરણી જમીન સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવે?



$$\cos\theta = \frac{BC}{AC}$$

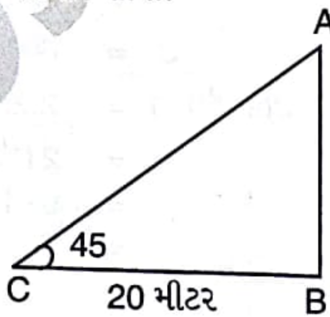
$$\cos\theta = \frac{1.5}{3}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \theta = 60$$

$\therefore$ નિસરણી જમીન સાથે 60 નો ખૂણો બનાવશે.

2. જમીનને લંબ ઊભા કરેલા થાંભલાથી 20 મીટર દૂર આવેલા બિંદુથી થાંભલાની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 45 હોય તો થાંભલાની ઊંચાઈ શોધો.



$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

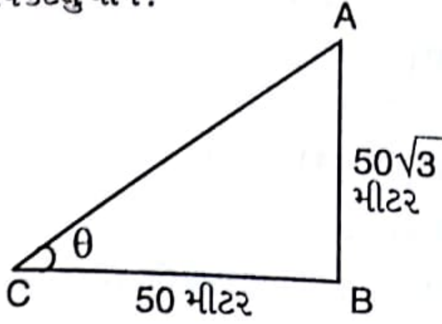
$$\tan 45 = \frac{AB}{20}$$

$$1 = \frac{AB}{20}$$

$$\therefore\ AB = 20$$

$\therefore$ થાંભલાની ઊંચાઈ 20 મીટર હશે.

3. એક ટાવરની ઊંચાઇ $50\sqrt{3}$ મીટર છે. તેના તળિયાથી 50 મીટર દૂર આવેલ બિંદુએથી તેની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ કેટલું થાય?



ΔABCમાં AB = ટાવરની ઊંચાઇ = $50\sqrt{3}$ મીટર

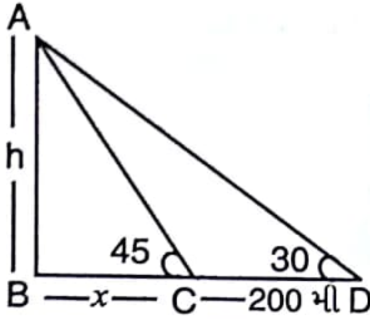
$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan\theta = \frac{50\sqrt{3}}{50}$$

$$\tan\theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \theta = 60$$

4. દરિયામા રહેલા બે વહાણોથી એક દીવાદાંડીની ટોચ પરના ઉત્સધકોણો અનુક્રમે 45 અને 30 છે જો તે વહાણો વચ્ચેનું અંતર 200 મીટર હોય તો દીવાદાંડીની ઊંચાઇ શોધો.



ધારોકે AB = દીવાદાંડીની ઊંચાઇ = h મીટર

CD = બે વહાણો વચ્ચેનું અંતર = 200 મીટર

ΔABCમાં

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{AB}{BC}$$

$$1 = \frac{h}{x}$$

$$\therefore h = x$$

ΔABD માં

$$\tan D = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{h}{x+200}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{h+200} \quad (x = h)$$

$$h + 200 = \sqrt{3}h$$

$$200 = \sqrt{3}h - h$$

$$200 = h(\sqrt{3} - 1)$$

$$h = \frac{200}{\sqrt{3} - 1}$$

$$h = \frac{200}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

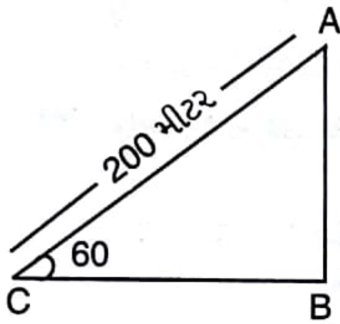
$$h = \frac{200(\sqrt{3}+1)}{2}$$

$$h = 100(\sqrt{3}+1)$$

$$h = 100(1.73+1)$$

$h = 273$ ∴ દીવાદાંડીની ઊંચાઇ 273 મીટર હશે.

5. એક પતંગની દોરીની લંબાઇ 200 મીટર છે અને તે સમક્ષિતિજ દિશા સાથે 60 માપનો ખૂણો બનાવે છે. તો પતંગની ઊંચાઇ શોધો.



AC = પતંગની દોરી = 200 મીટર

BC = સમક્ષિતિજ દિશા

$$\sin 60 = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{200}$$

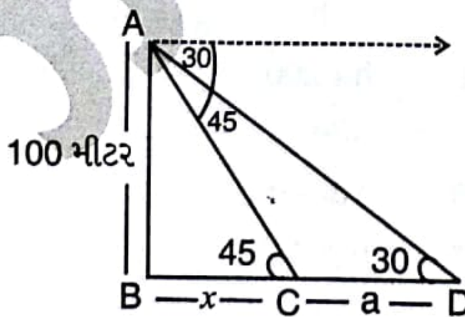
$$\frac{\sqrt{3} \times 200}{2} = AB$$

$$\frac{1.73 \times 200}{2} = AB$$

$$173 = AB$$

∴ પતંગની ઉંચાઇ 173 મીટર હશે.

6. દરિયાની સપાટીથી 100 મીટર ઊંચાઇએ આવેલા સ્થાનથી દરિયામાં જોતાં દરિયામાં એક વહાણનો અવસેધકોણ 30 જણાય છે. થોડા સમય પછી એ વહાણનો અવસેધકોણ 45 જણાય તો તે સમયગાળામાં વહાણો કાપેલું અંતર શોધો.



ΔABC માં

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{100}{x}$$

$$1 = \frac{100}{x}$$

$$\therefore x = 100$$

ΔABD માં $\tan D = \dfrac{AB}{BD}$

$$\tan 30 = \frac{100}{100+a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{100+a}$$

$$100+a = \sqrt{3} \times 100$$

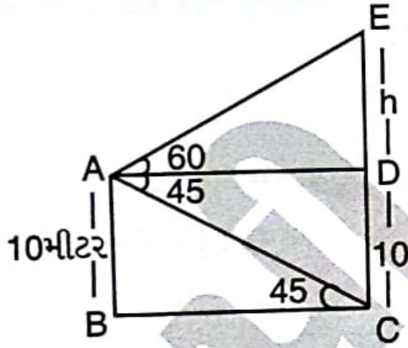
$$100+a = (1.73) \times 100$$

$$100+a = 173$$

$$a = 73$$

∴ વહાણે 73 મીટર અંતર કાપ્યું હશે.

7. 10મીટરની ઊંચાઈના મકાન પરથી એક ટાવરની ટોચનો ઉત્સેધકોણ 60 અને ટાવરના તળીયાનો અવસેધકોણ 45 હોય તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.



AB = મકાનની ઊંચાઈ = 10 મીટર

EC = ટાવરની ઊંચાઈ = (h + 10) મીટર

ΔABC માં

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{10}{BC}$$

$$1 = \frac{10}{BC}$$

$$\therefore BC = 10$$

ΔADE માં $\tan A = \dfrac{ED}{AD}$

$$\tan 60 = \frac{h}{10} \quad (\because BC = AD = 10)$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{10}$$

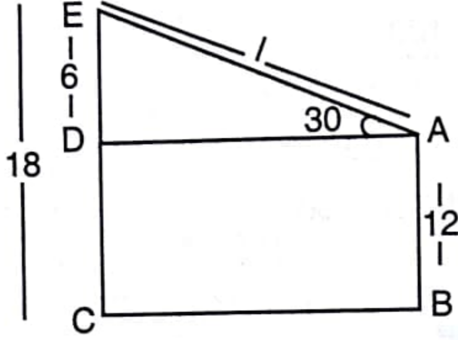
$$\sqrt{3} \times 10 = h$$

$$1.73 \times 10 = h$$

$$17.3 = h$$

∴ ટાવરની ઊંચાઈ = EC = x + h = 10 + 17.3 = 27.3 મીટર

8. 18 મીટર અને 12 મીટર ઊંચાઈવાળા બે સ્તંભની ટોચ વચ્ચે એક તાર બાંધેલ છે તાર સમક્ષિતિજ રેખા સાથે 30 માપનો ખૂણો બનાવે તો તારની લંબાઈ શોધો.



AE = તારની લંબાઈ = l મીટર

AB = CD = 12 મીટર

∴ ED = 6 મીટર

ΔAED માં

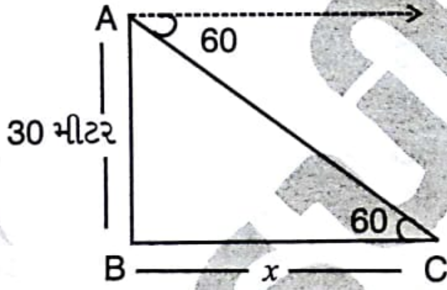
$$\sin 30 = \frac{ED}{AE}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{AE}$$

$$\therefore \quad AE = 12$$

∴ તારની લંબાઈ 12 મીટર હશે.

9. 30 મીટર ઊંચા ટાવરની ટોચ પરથી એક વહાણના અવસેધકોણનું માપ 60 છે તો ટાવરથી વહાણનું અંતર શોધો.



AB = ટાવરની ઊંચાઈ = 30 મીટર

BC = ટાવરથી વહાણ વચ્ચેનું અંતર = x મીટર

ΔABC માં

$$\tan 60 = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{30}{x}$$

$$x = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

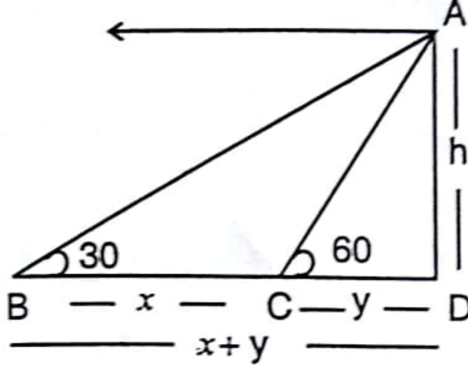
$$x = \sqrt{3} \times 10$$

$$\therefore x = 1.73 \times 10$$

$$\therefore x = 17.3$$

∴ ટાવરથી વહાણ વચ્ચેનું અંતર 17.3 મીટર હશે.

10. એક સુરેખ માર્ગ ટાવર તરફ જાય છે ટાવરની ટોચ પર રહેલ વ્યક્તિ ટાવર તરફ આવતી એક મોટરકારના અવસેધકોણનું માપ 30 નોંધે છે. અચળ ઝડપથી આવતી આ કારના અવસેધકોણનું માપ 16 સેકન્ડ બાદ 60 છે તો કારને ટાવર સુધી પહોંચતા કેટલો વધારાનો સમય લાગશે ?



AD = ટાવરની ઊંચાઈ = h મીટર

BC = x મીટર

CD = y મીટર

ΔACD માં

$$\tan C = \frac{AD}{CD}$$

$$\tan 60 = \frac{h}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$\sqrt{3}y = h \quad .....(1)$$

ΔABD માં

$$\tan B = \frac{AD}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{h}{x+y}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+y}$$

$$\frac{x+y}{\sqrt{3}} = h \quad ....(2)$$

સમી 1 અને 2 પરથી

$$\sqrt{3}y = \frac{x+y}{\sqrt{3}}$$

$$3y = x+y$$

$$\therefore x = 2y$$

$\therefore$ 16 સેકન્ડમાં $x = 2y$ અંતર કાપે છે.

$\therefore$ 8 સેકન્ડમાં CD = y અંતર કાપશે.

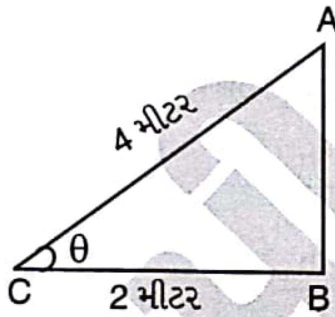
કારને ટાવર સુધી પહોચતા 8 સેકન્ડ લાગશે.

પ્રેક્ટિસ

1. 4 મીટર લંબાઈની નિસરણી દીવાલને ટેકવીને મૂકી છે. જો નિસરણીનો નીચેનો છેડો દીવાલથી 2 મીટર દૂર હોય તો નિસરણી જમીન સાથે કેટલા માપનો ખૂણો બનાવશે ?
2. જમીન પર એક ટાવર શિરોલંબ સ્થિતિમાં છે તેના પાયાથી 100 મીટર દૂર રહેલા એક બિંદુથી ટાવરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 60 છે તો ટાવરની ઊંચાઈ શોધો.
3. પતંગની દોરી 50 મીટર લાંબી છે. અને તે સમક્ષિતિજ સાથે 60^0 માપનો ખૂણો બનાવે છે. દોરીમાં કોઈ ઢીલ રહેતી નથી તેમ માની લઈએ તો પતંગની ઊંચાઈ કેટલા મીટર હશે ?
4. નદીના કિનારા પરના એક નિયત બિંદુથી અવલોકન કરતા સામેના કિનારા પર આવેલ મંદિરની ઊંચાઈ 20 મીટર હોય અને મંદિરની ટોચના ઉત્સેધકોણનું માપ 30 હોય તો નદીની પહોળાઈ શોધો.
5. ટાવરની ઊંચાઈ અને પડછાયાની લંબાઈનો ગુણોતર $1 : \sqrt{3}$ છે તો સૂર્યના ઉત્સેધકોણનું માપ શોધો.

જવાબો

1.



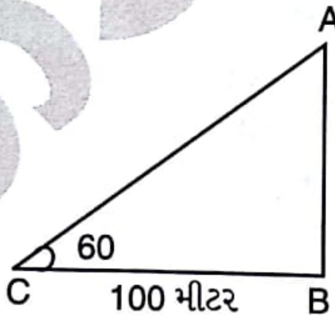
$$\cos\theta = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos\theta = \frac{2}{4}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60$$

2.



$$\tan 60 = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{BC}$$

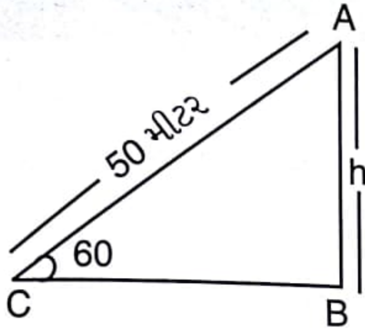
$$\therefore AB = \sqrt{3} \times BC$$

$$AB = 1.73 \times 100$$

$$AB = 173$$

$\therefore$ ટાવરની ઊંચાઈ 173મી છે.

3.



AB = પતંગની ઊંચાઈ = h મીટર

AC = દોરીની લંબાઈ = 50 મીટર

$$\sin C = \frac{AB}{AC}$$

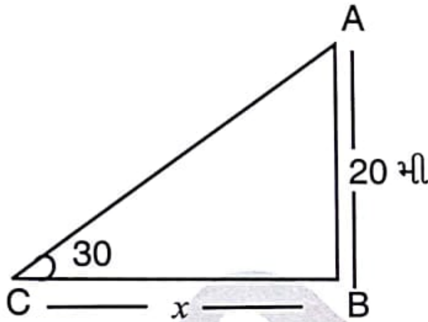
$$\sin 60 = \frac{h}{50}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{50}$$

$$\frac{50\sqrt{3}}{2} = h$$

$$25\sqrt{3} = h$$

4.



AB = મંદિરની ઉંચાઈ = 20 મીટર

BC = નદીની પહોળાઈ = x મીટર

ΔABC માં

$$\tan 30 = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20}{x}$$

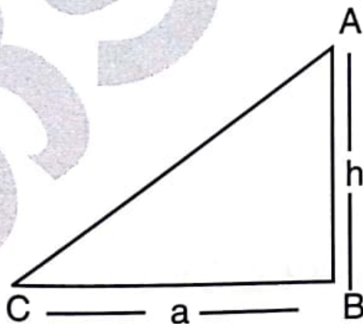
$$x = 20\sqrt{3}$$

$$x = 20 \times 1.73$$

$$x = 34.6$$

$\therefore$ નદીની પહોળાઈ 34.6 મીટર હશે.

5.



ટાવરની ઊંચાઈ = AB = h મીટર

પડછાયાની લંબાઈ = BC = a મીટર

$$\tan C = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan C = \frac{h}{a}$$

$$\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$m\angle C = 30$$

સમાંતર શ્રેણી

- **શ્રેણી :** રોજબરોજના વ્યવહારમાં શ્રેણી શબ્દનો ઉપયોગ વારંવાર થાય છે. ગણિતમાં શ્રેણી એ સંખ્યાઓની ક્રમયુક્ત યાદી છે જેમ કે 1, 2, 3......એ શ્રેણી છે. સામાન્ય રીતે શ્રેણીનું nમું પદ દર્શાવવા T_n સંકેતનો ઉપયોગ કરીશું.
- **ફિબોનાકી શ્રેણી :** ફિબોનાકી શ્રેણીમાં પ્રથમ પદ $a_1 = 1$, બીજુ પદ $a_2 = 1$અને ત્યાર પછીના પદ માટે $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $n \geq 3$ એટલે કે ત્રીજુ પદ અને ત્યારપછીના પદ આગળના બે પદોના સરવાળાથી મળશે.
  ફિબોનાકી શ્રેણી : 1, 1, 2, 3,5, 8, 13, 21.......
- **સમાંતર શ્રેણી :** જે શ્રેણી કોઈક નિશ્ચિત વાસ્તવિક સંખ્યાથી શરૂ થતી હોય અને તેના દરેક ક્રમીક પદની જોડમાં પદોનો તફાવત શૂન્યેતર અચળ હોય તો તે શ્રેણીને સમાંતર શ્રેણી કહે છે.
- જો સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત d હોય તો શ્રેણી નીચે મુજબ બની શકે :
  a, a+d, a+2d, a+3d,.....a+(n-1)d
  $\therefore$ T_n = n મું પદ = a + (n -1)d
- સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ પદોનો સરવાળો S_n :

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

અથવા

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$ જ્યાં l = અંતિમપદ

ઉદાહરણ

1. સમાંતર શ્રેણી 5, 11, 17.....નું 101મું પદ શોધો.

પ્રથમ પદ a = 5, n = 101, તફાવત d = 6

$$T_n = a + (n-1)d$$
$$= 5 + (101 - 1)6$$
$$= 5 + 600$$
$$= 605$$

2. જો એક સમાંતર શ્રેણીનું 7 મું પદ 108 અને 11 મું પદ 212 હોય તો n મું પદ શોધો.

T_7 = 108 અને T_{11} = 212

$\therefore$ a + 6d = 108 અને a + 10d = 212 $[T_n = a + (n-1)d]$

બન્ને સમીકરણો પરથી d = 26 અને a = - 48

$$T_n = a+(n-1)d$$
$$= -48+26(n-1)$$
$$= 26n-74$$

3. સમાંતર શ્રેણી 8, 11, 14, 17.....નું કેટલામું પદ 272 હોય?

$a = 8,\ d=11-8=3$

ધારોકે n મું પદ 272 છે.

$\therefore T_n = a+(n-1)d$

$272 = 8+(n-1)3$

$267 = 3n$

$\therefore\ n = 89$

∴ સમાંતર શ્રેણીનું 89મું પદ 272 છે.

4. સમાંતર શ્રેણી 10, 15, 20, 25, 30,....... 1000નું છેલ્લે થી પંદરમું પદ શોધો.

$a=10\quad d=15-10=5$

જો 1000 એ સમાંતર શ્રેણીનું n મું પદ હોય તો

$1000 = 10+(n-1)5$

$990 = 5(n-1)$

$n = 199$

∴ શ્રેણીનું છેલ્લેથી પંદરમું પદ 185મું (199 - 15 + 1) પદ છે.

$T_{185} = 10+(185-1)5$

$= 930$

∴ સમાંતર શ્રેણી 10, 15, 20......1000નું છેલ્લેથી પંદરમું પદ 930 છે.

5. એક સમાંતર શ્રેણીમાં $T_7=18, T_{18}=7$, હોય તો T_{101} શોધો.

$T_7=18$ અને $T_{18}=7$

$$d = \frac{Tm-Tn}{m-n} = \frac{7-18}{18-7} = -1$$

$T_7=18$

$\therefore a+(n-1)d=18$

$\therefore a+(7-1)(-1)=18$

$\therefore a-6=18$

$\therefore a=24$

હવે $T_{101} = a + 100d$

$= 24 + 100(-1)$

$= -76$

$\therefore$ આપેલ શ્રેણીનું 101મું પદ -76 છે.

6. જો $2k+1, 13, 5k-3$ એ એક સમાંતર શ્રેણીના ક્રમાંક પદો હોય તો k ની કિંમત શોધો.

$d = 13 - (2k+1)$ અને $d = (5k-3) - 13$

$\therefore 13 - (2k+1) = (5k-3) - 13$

$\therefore 13 + 13 = 5k - 3 + 2k + 1$

$\therefore k = 4$

7. $5 + 11 + 17 + \ldots\ldots$ સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ 30 પદોનો સરવાળો મેળવો.

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$= \frac{30}{2}[2(5) + (30-1)6]$

$= 15(10 + 174)$

$= 2760$

8. સમાંતર શ્રેણી 7, 11, 15, 19, 23.....ના કેટલા પદોનો સરવાળો 900 થાય?

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$900 = \frac{n}{2}[2(7) + (n-1)4]$

$1800 = n[14 + 4n - 4]$

$1800 = n[4n + 10]$

$\therefore 4n^2 + 10n - 1800 = 0$

$\therefore 2n^2 + 5n - 900 = 0$

$\therefore (n-20)(2n+45) = 0$

$\therefore n = 20$ અથવા $n = \frac{-45}{2}$

$\therefore n = 20$ $\quad [n = \frac{-45}{2}$ શક્ય નથી$]$

$\therefore$ 20 પદોનો સરવાળો 900 થાય.

9. 5 ના પ્રથમ 30 ઘન પૂર્ણાંક ગુણિતોનો સરવાળો મેળવો

5 ના ઘનપૂર્ણાંક ગુણિતો ચડતા ક્રમમાં 5, 10, 15, 20, ...

$a = 5 \quad d = 5 \quad n = 30$

$$S_n = \frac{n}{2}\ [2a + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}[2(5) + (30-1)5]$$

$$= 15(10 + 145)$$

$$= 2325$$

10. એક સમાંતર શ્રેણીનું પ્રથમ પદ 5 અને છેલ્લું પદ 95 હોય અને સામાન્ય તફાવત 5 હોય તો પદોનો સરવાળો કેટલો થાય ?

$a = 5,\ \ l = 95,\ \ T_n = 95$

$T_n = a + (n-1)d$

$95 = 5 + (n-1)5$

$\therefore n = 19$

$$S_n = \frac{n}{2}\ (a + l)$$

$$= \frac{19}{2}(5 + 95)$$

$$= \frac{19}{2}(100)$$

$$= 950$$

11. એક સમાંતર શ્રેણીના પ્રથમ 15 પદોનો સરવાળો 225 હોય અને પ્રથમ 21 પદોનો સરવાળો 441 હોય તો પ્રથમ 25 પદોનો સરવાળો શોધો.

$S_{15} = 225,\ \ S_{21} = 441$

$$S_n = \frac{n}{2}\ [2a + (n-1)d]$$

$$225 = \frac{15}{2}\ [2a + (15-1)d]$$

$\therefore 15 = a + 7d$..........(1)

તે જ રીતે $441 = \frac{21}{2}[2a + 20d]$ થાય

$\therefore \; 21 = a + 10d$.........(2)

સમી 1 અને 2 પરથી $a = 1$ અને $d = 2$

$$S_{25} = \frac{25}{2}[2(1) + (25 - 1)2]$$

$$= 625$$

પ્રથમ 25 પદોનો સરવાળો 625 થાય.

12. ચાર સંખ્યાઓ સમાંતર શ્રેણીમાં છે. અને તેમનો સરવાળો 72 છે. જો સૌથી મોટી સંખ્યા સૌથી નાની સંખ્યાથી બમણી હોય તો સૌથી નાની સંખ્યા શોધો.

ધારોકે સમાંતર શ્રેણીની ચાર સંખ્યાઓ

$a - 3d, a - d, a + d$ અને $a + 3d$ છે.

$$\therefore \; (a - 3d) + (a - d) + (a + d) + (a + 3d) = 72$$

$$\therefore \; 4a = 72$$

$$a = 18$$

હવે $a + 3d = 2(a - 3d)$

$$a + 3d = 2a - 6d$$

$$a = 9d$$

$$18 = 9d$$

$$\therefore \; d = 2$$

$\therefore$ સૌથી નાની સંખ્યા $= a - 3d$

$$= 18 - 3(2)$$

$$= 12$$

યામ ભૂમિતિ

- **સંખ્યારેખા પરના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર :** સંખ્યારેખાઓ પરના બે ભિન્ન બિંદુઓ અનુક્રમે A અને Bને સંગત અનન્ય વાસ્તવિક સંખ્યાઓ a અને b હોય તો A અને B બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર $AB = |a - b|$ થાય.
- **x - અક્ષ પરના બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર :** જો $A(x_1, 0)$ અને $B(x_2, 0)$ એ x અક્ષ પરના બે બિંદુઓ હોય તો તેમની વચ્ચેનું અંતર $AB = |x_1 - x_2|$ થાય.
- **Y- અક્ષ પરનાં બે બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર :** જો $A(0, y_1)$ અને $B(0, y_2)$ એ Y અક્ષ પરનાં બે ભિન્ન બિંદુઓ હોય તો તેમની વચ્ચેનું અંતર $AB = |y_1 - y_2|$ થાય.
- સમતલના બે બિંદુઓ $A(x_1, y_1)$અને $B(x_2, y_2)$વચ્ચેના અંતરનું સુત્ર
$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ છે.
- દાખલા ગણવા માટે $AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ સુત્રનો ઉપયોગ કરીશુ અને છેલ્લે અંતર AB લખીએ ત્યારે જમણીબાજુનું ઘન વર્ગમૂળ લેવાનું ધ્યાનમાં રાખવું.
- કોઈ પણ બિંદુ $A(x, y)$નું ઉગમબિંદુ $O(0,0)$થી અંતર $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$ છે.
- **m/n ગુણોતરમાં રેખાખંડનું વિભાજન કરતા બિંદુના યામઃ** બિંદુઓ $A(x_1, y_1)$ અને $B(x_2, y_2)$ને જોડતા $\overline{AB}$નું A તરફથી m/n ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુ Pના યામ $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$ છે.
- **રેખાખંડના મધ્યબિંદુના યામઃ-** બિંદુઓ $A(x_1, y_1)$ અને $B(x_2, y_2)$ને જોડતા $\overline{AB}$ના મધ્યબિંદુના યામ $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ છે.
- **શિરોબિંદુઓના યામ પરથી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ :**
ΔABCના શિરોબિંદુઓ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ અને $C(x_3, y_3)$હોય તો

$$ABC = \Delta ABC \text{ નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2}\left(x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right)$$ અથવા

$$ABC = \Delta ABC \text{નું ક્ષેત્રફળ} = \frac{1}{2}\left(y_1(x_2 - x_3) + y_2(x_3 - x_1) + y_3(x_1 - x_2)\right)$$

1. બિંદુઓ A (2,3) અને B(-3,-9) વચ્ચેનું અંતર શોધો.

$A(x_1, y_1) = A(2,3)$ અને $B(x_2, y_2) = (-3, -9)$

$\therefore AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

$= [2 - (-3)]^2 + [3 - (-9)]^2$

$= 25 + 144$

$= 169$

$\therefore AB = \sqrt{169} = 13$

$\therefore$ આપેલા બિંદુઓ વચ્ચેનું અંતર 13 છે.

2. P(3,2) અને Q(7, k) આપેલા બિંદુઓ છે જો PQ = 5 હોય તો k શોધો.

$$PQ = 5$$
$$PQ^2 = 25$$
$$(3-7)^2 + (2-k)^2 = 25$$
$$16 + (k-2)^2 = 25$$
$$(k-2)^2 = 9$$
$$k-2 = \pm 3$$
$k-2 = 3$ અથવા $k-2 = -3$

$k = 5$ અથવા $k = -1$

3. X - અક્ષ પરનું એવું બિંદુ શોધો કે જે A (-1, 2) અને B (5,4)થી સમાન અંતરે હોય

X - અક્ષ પરના કોઈપણ બિંદુનો y યામ શૂન્ય હોય

ધારો કે $P(x,0)$ એ X - અક્ષ પરનું એવું બિંદુ છે જે A (-1,2) અને B (5,4)થી સમાન અંતરે આવેલું છે.

તેથી $AP = PB$

$$\therefore AP^2 = PB^2$$
$$[(x-(-1)]^2 + (0-2)^2 = (x-5)^2 + (0-4)^2$$
$$(x+1)^2 + 4 = (x-5)^2 + 16$$
$$x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2 - 10x + 25 + 16$$
$$12x = 36$$
$$x = 3$$

∴ X - અક્ષ પરનું બિંદુ P (3,0) છે.

4. A (1,0), B (0,1), C(1,1) એ ક્યા પ્રકારના ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓના યામ છે?

$$AB^2 = (1-0)^2 + (0-1)^2 = 1 + 1 = 2 \quad \therefore AB = \sqrt{2}$$
$$BC^2 = (0-1)^2 + (1-1)^2 = 1 + 0 = 1 \quad \therefore BC = 1$$
$$CA^2 = (1-1)^2 + (1-0)^2 = 0 + 1 = 1 \quad \therefore CA = 1$$

∴ BC = CA = 1 થવાથી ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

5. $A(x, y)$ નું ઉગમબિંદુથી અંતર શોધો.

બિંદુ $A(x, y)$ અને ઉગમબિંદુ O(0,0)વચ્ચેના અંતર માટે

$$OA^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$$
$$= x^2 + y^2$$
$$\therefore OA = \sqrt{x^2 + y^2}$$

6. જો A (1,2) અને B (3,-2) આપેલા બિંદુઓ હોય તો AB ના મધ્યબિંદુ M ના યામ શોધો.

ધારોકે M (x, y) એ A(1,2) અને B(3, -2)નું મધ્યબિંદુ છે.

$\therefore x = \frac{1+3}{2}$ અને $y = \frac{2-2}{2}$

$x = 2$ અને $y = 0$

$\therefore$ મધ્યબિંદુ $M(x, y) = M(2,0)$ થાય.

7. ઉગમબિંદુ કેન્દ્ર હોય તેવા એક વર્તુળના વ્યાસનું એક અંત્યબિંદુ A(3,-2) છે તો તે વ્યાસના બીજા અંત્યબિંદુના યામ શોધો.

ધારોકે AB વર્તુળનો વ્યાસ હોવાથી વર્તુળનું કેન્દ્ર O(0,0) એ A (3,-2) અને B(x, y)ને જોડતા રેખાખંડનું મધ્યબિંદુ થાય.

$\therefore 0 = \frac{3+x}{2}$ અને $0 = \frac{-2+y}{2}$

$\therefore 3+x = 0$ અને $-2+y=0$

$x = -3$ અને $y=2$

$B(x, y) = B(-3, 2)$

8. P(3,5), Q(2,-1) અને R (-5,6) એ ΔPQRના શિરોબિંદુઓના યામ છે તો ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

જો $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ અને $R(x_3, y_3)$ એ ΔPQRના શિરોબિંદુઓ હોય તો

ΔPQRનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \left| x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2) \right|$

$= \frac{1}{2} \left| 3(-1-6)+2(6-5)+(-5)[5-(-1)] \right|$

$= \frac{1}{2} \left| -21+2-30 \right|$

$= \frac{49}{2}$

$= 24.5$

9. જો P(1,2), Q (2,1), R (3,4) એ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ PQRSના શિરોબિંદુઓ હોય તો Sના યામ શોધો.

☐ PQRS સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ હોવાથી તેમના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગતા હોવાથી PR અને QSનું મધ્યબિંદુ સમાન થાય.

ધારો કે $S(x, y)$ છે.

$\overline{QS}$ના મધ્યબિંદુના યામ = $\overline{PR}$ના મધ્યબિંદુના યામ

$$\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+1}{2}\right) = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{2-4}{2}\right)$$

$\frac{x+2}{2} = \frac{1+3}{2}$ અને $\frac{y+1}{2} = \frac{2-4}{2}$

$\therefore x = 2$ અને $y = -3$

$\therefore S(x,y) = S(2,-3)$ થાય.

10. A (-1, 7) અને B (4,2)ને જોડતા રેખાખંડનું A તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુના યામ શોધો.

ધારો કે બિંદુ P(x,y) તે ABનું A તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતું બિંદુ છે.

$\therefore \frac{AP}{PB} = \frac{3}{2}$ થાય.

$\therefore m/_n = 3/_2$ તેથી m = 3 અને n = 2

P નો x-યામ તથા P નો y-યામ

$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$ $\quad$ $y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

$x = \frac{3(4) + 2(-1)}{3+2}$ $\quad$ $y = \frac{3(2) + 2(7)}{3+2}$

$x = 2$ $\quad$ $y = 4$

તેથી બિંદુ P(x,y) = P (2,4) છે.

$\therefore$ AB નું A તરફથી 3:2 ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરતા બિંદુના યામ (2,4) છે.

11. ΔABCમાં $m\angle B = 90$ હોય અને A (2,3), B (4,5) અને C (a,2) શિરોબિંદુ હોય તો a શોધો.

ΔABC માં $m\angle B = 90$ હોવાથી

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\therefore (2-4)^2 + (3-5)^2 + (4-a) + (5-2)^2 = (2-a)^2 + (3-2)^2$

$4 + 4 + 16 - 8a + a^2 = 4 - 4a + a^2 + 1$

$\therefore 4a = 28$

$\therefore a = 7$

- અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

જ્યાં $\bar{x}$ = મધ્યક

$\sum x_i$ = અવલોકનોનો સરવાળો

n = અવલોકનોની સંખ્યા

- વર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$ (સીધી રીત)

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i x_i}{n} \times c$$ (વિચલનની રીત)

મધ્યક

1. 7, 3, 2, 4 નો મધ્યક શોધો.

$$\text{મધ્યક} = \frac{\text{અવલોકનોનો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

$$= \frac{7+3+2+4}{4}$$

$$= 4$$

2.

ચલ	5	7	8	10	12
આવૃત્તિ	2	5	3	1	4

નો મધ્યક શોધો.

ચલ (x_i)	આવૃત્તિ (f_i)	$f_i x_i$
5	2	10
7	5	35
8	3	24
10	1	10
12	4	48
	n = 15	$\sum f_i x_i = 127$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

$$= \frac{127}{15} = 8.46$$

3. નીચે આપેલા આવૃત્તિ-વિતરણનો મધ્યક શોધો.

વર્ગો	આવૃત્તિ
0-10	1
10-20	3
20-30	5
30-40	4
40-50	2

વર્ગ	આવૃત્તિ	મધ્યકિંમત	f_ix_i
0-10	1	5	5
10-20	3	15	45
20-30	5	25	125
30-40	4	35	140
40-50	2	45	90
		n=15	$\sum f_ix_i=405$

મધ્યક $(\bar{x}) = \dfrac{\sum f_ix_i}{n}$

$= \dfrac{405}{15}$

$= 27$

મધ્યક શોધવાની આ રીતને સીધી રીત કહે છે.

4. નીચે આપેલ આવૃત્તિ - વિતરણનો મધ્યક શોધો.

વર્ગ	વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા
0 - 5	1
5 - 10	3
10 - 15	8
15 - 20	4
20 - 25	2

વર્ગ	f_i	મધ્યકિંમત	$u_i=\dfrac{x_i-A}{c}$	f_iu_i
0 - 5	1	2.5	-2	-2
5 - 10	3	7.5	-1	-3
10 - 15	8	12.5=A	0	0
15 - 20	4	27.5	1	4
20 - 25	2	22.5	2	4
	n=18			3

$\bar{x} = A+\dfrac{\sum f_ix_i}{n}\times C$ C=કેન્દ્રલંબાઈ=10-5= 5

$= 12.5+\dfrac{3}{18}\times 5$

$= 12.5+0.83$

$= 13.33$

[મધ્યક શોધવાની આ રીતને વિચલનની રીત (Step Deviation Method) કહે છે.]

- મધ્યસ્થને સંકેતમાં M વડે દર્શાવાય છે.
- જો અવલોકનોની સંખ્યા એકી હોય તો

$$M = \frac{n+1}{2} \text{ મું અવલોકન}$$

- જો અવલોકનોની સંખ્યા બેકી હોય તો

$$M = \frac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{મું અવલોકન} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{મું અવલોકન}}{2}$$

$$M = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times C$$

જ્યાં n = અવલોકનોની કુલ સંખ્યા

cf = મધ્યસ્થ વર્ગના આગળના વર્ગની સંચ[illegible] આવૃત્તિ

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ

C = વર્ગ લંબાઈ

L = મધ્યસ્થ વર્ગનું અધ:સીમા બિંદુ

5. 8, 6, 19, 5, 4, 3, 7 નો મધ્યસ્થ શોધો.

અવલોકનો ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતા 3, 4, 5, 6, 7, 8, 19

$\therefore n = 7$

$M = \frac{n+1}{2}$ મું અવલોકન

$= \frac{7+1}{2}$ મું અવલોકન

= ચોથું અવલોકન

$\therefore M = 6$

6. 3, 2, 1, 9, 16, 12, 15, 11 નો મધ્યસ્થ શોધો.

અવલોકનને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતા

1, 2, 3, 9, 11, 12, 15, 16 $\quad \therefore n = 8$

$$M = \frac{\frac{n}{2}\text{ મું અવલોકન} + \frac{n}{2}+1\text{ મું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{\text{ચોથું અવલોકન} + \text{પાંચમું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{9+11}{2}$$

$= 10$

7. નીચેના આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યસ્થ શોધો.

ગુણ	18	22	30	35	39	42	45	47
વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા	3	6	8	8	16	4	2	2

ગુણ	આવૃત્તિ	સંચયી આવૃત્તિ (F)
18	3	3
22	6	9
30	8	17
35	8	25
39	16	41
42	4	45
45	2	47
47	2	50

$n = 50$ હોવાથી

$$M = \frac{n/2 \text{ મું અવલોકન} + (n/2 + 1) \text{મું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{25 \text{ મું અવલોકન} + 26 \text{ મું અવલોકન}}{2}$$

$$= \frac{35 + 39}{2}$$

$$= 37$$

8. નીચેની આવૃતિ વિતરણનો મધ્યસ્થ શોધો.

વજન	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
સંખ્યા	3	6	8	10	8	10

વજન (વર્ગ)	સંખ્યા	સંચય આવૃત્તિ (cf)
20-25	3	3
25-30	6	9
30-35	8	17
35-40	10	27
40-45	8	35
45-50	10	45

$n = 45 \quad \therefore n/2 = 45/2 = 22.5$

22.5 થી તરત મોટી સંચયી આવૃત્તિ 27એ વર્ગ 35-40ની સંચયી આવૃત્તિ છે.

$$M = l + \left(\frac{n/2 - cf}{f}\right) \times c$$

$$= 35 + \left(\frac{22.5 - 15}{10}\right) \times 5$$

$$= 38.75$$

- **અવર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક :** અવર્ગીકૃત માહિતીમાં જે અવલોકન બીજા અવલોકનની સરખામણીમાં સૌથી વધુ વખત પુનરાવર્તિત થાય છે તેને માહિતીનો બહુલક કહે છે.
- **વર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક :** વર્ગીકૃત માહિતીમાં સૌથી વધુ આવૃતિવાળા વર્ગને બહુલકીયવર્ગ કહે છે. વર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક એ બહુલકીય વર્ગમાં આવેલી કિંમત છે. જેનું સુત્ર નીચે મુજબ છે.

$$z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times C$$

z = બહુલક $\quad$ f_1 = બહુલકીય વર્ગની આવૃતિ

l = બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા $\quad$ f_0 = બહુલકીય વર્ગના આગળના વર્ગની આવૃતિ

C = વર્ગલંબાઈ $\quad$ f_2 = બહુલકીય વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃતિ

9. 3, 2, 7, 3, 7, 7, 5, 2 અવર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક શોધો.

ઉપરની માહિતીમાં 7 સૌથી વધુ વખત ત્રણ વાર હોવાથી બહુલક 7 થાય.

10. એક ગ્રુપના 20 વિદ્યાર્થીઓના પરીક્ષાના માર્ક્સનું સર્વેક્ષણ નીચે મુજબ છે.

માર્ક્સ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
સંખ્યા	7	2	8	2	1

તો માહિતીનો બહુલક શોધો.

મહતમ આવૃતિ 8 એ વર્ગ 5 - 7 ની આવૃતિ છે.

∴ વર્ગ 5 - 7 થાય

$$z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times C$$

જ્યાં C = વર્ગલંબાઈ = 2

l = બહુલકીય વર્ગની અધઃસીમા = 2

f_1 = આવૃતિ = 8

f_0 = બહુલકીય વર્ગની આગળના વર્ગની આવૃતિ = 2

f_2 = બહુલકીય વર્ગની પાછળના વર્ગની આવૃતિ = 2

$$= 5 + \left(\frac{8-2}{2(8)-2-2}\right) \times 2$$

$$= 5 + \left(\frac{6}{12} \times 2\right)$$

$$= 5 + 1$$

$$= 6$$

11. કોઈ માહિતી માટે $Z = 15$ અને $\bar{x} = 75$ તો M શોધો.

$$Z = 3M - 2\bar{x}$$
$$15 = 3M - 2(75)$$
$$165 = 3M$$
$$\therefore M = 55$$

12. 10 - 15 ના વર્ગની અધઃસીમા શોધો.

10-15 વર્ગની અધઃસીમા 10 છે.

13. 50-60ના વર્ગની મધ્યકિંમત શોધો.

$$\text{મધ્યકિંમત} = \frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

14. જો $\bar{x}$ - z = 3 અને $\bar{x}$ + z = 45 તો M = ...

$$\bar{x} - z = 3 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\bar{x} + z = 45 \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$2\bar{x} = 48 \ldots\ldots\text{(સમીકરણ 1, 2 પરથી)}$$

$$\bar{x} = 24$$

$$\therefore 24 + z = 45$$

$$z = 21$$

$$z = 3M - 2\bar{x}$$

$$21 = 3(M) - 2(24)$$

$$21 + 48 = 3M$$

$$69 = 3M$$

$$\therefore M = 23$$

15. 10-20ની વર્ગલંબાઈ શોધો.

10-20 ની વર્ગલંબાઈ 20 - 10 = 10 છે.

પ્રેક્ટિસ પેપર - 1

1. 100 મીટર લંબાઈની એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતા 10 સેકન્ડ અને તેટલી જ લંબાઈની તેની સામેથી આવત બીજી ટ્રેનને પસાર કરતા 8 સેકન્ડ લાગે તો બીજી ટ્રેનની ઝડપ કેટલા કિમી/કલાક હશે ?
(1) 54 (2) 56 (3) 60 (4) 80

2. A, B અને C એક કામ અનુક્રમે 6 દિવસ, 8 દિવસ અને 12 દિવસમાં પુરું કરી શકે છે. જો ત્રણેય તે કામ સાથે પુરું કરે અને તેના મહેનતાણાના કુલ 13500 રૂા. મળે તો B ને કેટલા રૂપિયા મહેનતાણુ મળે ?
(1) 4000 (2) 4500 (3) 5000 (4) 5500

3. એક રકમ સાદા વ્યાજે 20 વર્ષમાં ત્રણ ગણી થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
(1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 15

4. પ્રથમ 61 પ્રાકૃતિક સંખ્યાની સરાસરી શોધો.
(1) 30 (2) 31 (3) 32 (4) 33

5. એક વિદ્યાર્થીને એક પેપરમાં 40 ગુણ મળ્યા હોય અને તે 40 ગુણથી નાપાસ થયેલ હોય, જો પાસ થવા માટે 40% ગુણની જરૂર હોય તો પેપર કુલ કેટલા ગુણનો હશે ?
(1) 100 (2) 150 (3) 200 (4) 250

6. જો $x+\frac{1}{x}=3$ તો $x^3+\frac{1}{x^3}=?$
(1) 9 (2) 10 (3) 15 (4) 18

7. પિતાની ઉંમર તેના પુત્રની ઉંમર કરતાં ચાર ગણી છે. જો 5 વર્ષ પહેલા પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતાં નવ ગણી હો તો પિતાની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે ?
(1) 20 (2) 28 (3) 32 (4) 34

8. 3 પુરુષ અથવા 4 સ્ત્રી એક ખેતર 43 દિવસમાં ખેડી શકે તો 7 પુરુષ અને 5 સ્ત્રી તે ખેતર કેટલા દિવસમાં ખેડી શકે ?
(1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 12

9. X નળથી એક ટાંકી 24 મિનિટમાં જ્યારે Y નળથી તે જ ટાંકી 32 મિનિટમાં ભરાય છે. જો બંને નળ સાથે ચાલુ કય બાદ કેટલા સમય પછી Y નળને બંધ કરવાથી ટાંકીને પુરી ભરાતા કુલ 18 મિનિટ લાગે ?
(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

10. એક હોડીની સ્થિર પાણીમાં ઝડપ 12 કિમી/કલાક છે. હોડીને A થી B સુધીનું અને ત્યારબાદ B થી A સુધીનું અંતર કાપતા કુલ 6 કલાક લાગે છે. જો પાણીના પ્રવાહનો વેગ 4 કિમી/કલાક હોય તો A થી B સુધીનું અંતર શોધો.
(1) 25 (2) 28 (3) 32 (4) 35

11. જો ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદા વ્યાજ વચ્ચે 4 % લેખે 2 વર્ષનો તફાવત 1 રૂ. હોય તો મુદલ શોધો.
(1) 610 (2) 615 (3) 625 (4) 650

12. $171 \div 19 \times 19 = ?$

(1) 0 (2) 1 (3) 18 (4) 171

13. 30 લીટરના દૂધ અને પાણીના મિશ્રણમાં દૂધ અને પાણીનો ગુણોત્તર 7 : 3 છે, મિશ્રણનું પ્રમાણ 3 : 7 કરવા માટે તેમાં કેટલા લીટર પાણી ઉમેરવું પડે ?

(1) 20 (2) 30 (3) 40 (4) 50

14. $(13)^3 - (13)^2 = ?$

(1) 13 (2) 2028 (3) 169 (4) 39

15. એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 6150 ચો.મી. છે. જો તેની પહોળાઈ 50 મી. હોય તો તેની પરિમિતિ કેટલા મીટર થાય ?

(1) 346 (2) 356 (3) 370 (4) 480

16. એક ગોળાનો વ્યાસ 14 સે.મી. છે તો તેની કુલ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચો.સે.મી. થાય ?

(1) 616 (2) 666 (3) 676 (4) 1464

17. બે સંખ્યાઓનો ગુ.સા.અ. 11 અને લ.સા.અ. 693 છે. જો તે પૈકીની એક સંખ્યા 77 હોય તો બીજી સંખ્યા શોધો.

(1) 69 (2) 96 (3) 99 (4) 105

18. જો $x = 12$, $y = 4$ તો $(x + y)^{x/y}$ ની કિંમત શોધો.

(1) 4096 (2) 8698 (3) 9064 (4) 0946

19. પેટ્રોલની કિંમત અંદાજપત્રને કારણે 30% વધે છે. ફરી અંદાજપત્રને કારણે 20% વધે છે તો એકંદરે પેટ્રોલની કિંમત કેટલા ટકા વધી હશે ?

(1) 55 (2) 56 (3) 57 (4) 58

20. જો A : B = 4 : 5 હોય, A : C = 2 : 3 હોય તો B : C શોધો.

(1) 5 : 6 (2) 6 : 5 (3) 5 : 4 (4) 3 : 2

જવાબ

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 2 (5) 3 (6) 4 (7) 3 (8) 4 (9) 4 (10) 3 (11) 3 (12) 4 (13) 3 (14) 2 (15) 1 (16) 1 (17) 3 (18) 1 (19) 2 (20) 1

પ્રેક્ટિસ પેપર - 2

1. $(560 \div 32) \times (720 \div 48) = ?$
(1) 262.5 (2) 255 (3) 263.5 (4) 271.25

2. 200થી 600 વચ્ચે આવતી કેટલી સંખ્યાઓને 4, 5 અને 6 વડે નિશેષ ભાગી શકાય?
(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8

3. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે જો તેમનો લ.સા.અ. 180 હોય તો નાની સંખ્યા શોધો.
(1) 9 (2) 15 (3) 36 (4) 45

4. $\dfrac{0.25 \times 0.25 - 0.24 \times 0.24}{0.49} = ?$
(1) 0.1 (2) 0.0006 (3) 0.49 (4) 0.01

5. એક વ્યક્તિ 12% આવકવેરો ચુકવે છે જો તેની વાર્ષિક આવક રૂ.75000 હોય તો તેણે કેટલો વાર્ષિક આવક વેરો ચૂકવ્યો હશે?
(1) 8000 (2) 9000 (3) 10,000 (4) 12,000

6. 20 વસ્તુઓની મૂળકિંમત બરાબર 25 વસ્તુઓની વેચાણકિંમત હોય તો કેટલા ટકા ખોટ જાય?
(1) 15 (2) 20 (3) 25 (4) 30

7. $X + Y + Z = 16$ અને $XY + YZ + ZX = 78$ હોય તો $X^3 + Y^3 + Z^3 - 3XYZ$ ની કિંમત શોધો.
(1) 352 (2) 355 (3) 360 (4) 370

8. 4 પુરુષો અને 5 સ્ત્રી 3 દિવસ એક કામકરી રૂ.660 કમાય છે. 10 પુરુષો અને 20 સ્ત્રીઓ 5 દિવસ કામ કરી રૂ.3500 કમાય છે તો 6 પુરુષો અને 4 સ્ત્રીઓ રૂ.1300 કેટલા દિવસમાં કમાય શકે?
(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6

9. 40 લીટરના દુધ અને પાણીના મિશ્રણમાં દુધ અને પાણીનો ગુણોત્તર 4 : 1 છે. તેમાં કેટલા લીટર પાણી ઉમેરવાથી દુધ અને પાણીનો નવો ગુણોત્તર 2 : 1 બને.
(1) 1 (2) 2 (3) 8 (4) 16

10. એક ઉમેદવારને પરીક્ષામાં પાસ થવા માટે 80% ગુણ મેળવવા જરૂરી છે. જો ઉમેદવાર પરીક્ષામાં 210 ગુણ મેળવે અને 50 ગુણથી નાપાસ થાય તો પરીક્ષા કુલ કેટલા ગુણની હશે?
(1) 280 (2) 305 (3) 315 (4) 325

11. એક ટ્રેન A થી B સુધીનું અંતર 20 કિમી/કલાક ની ઝડપે અને ફરી B થી A સુધીનું અંતર 30 કિમી/ કલાકની ઝડપે કાપે છે તો તેની સરેરાશ ઝડપ શોધો.
(1) 20 (2) 22 (3) 24 (4) 26

12. પુત્ર અને પિતાની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 56 વર્ષ છે. 4 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી થાય તો પુત્રની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે?
(1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 15

13. એક રકમનું સાદા વ્યાજે 4 વર્ષમાં વ્યાજમુદલ રૂા.600 થાય અને 6 વર્ષમાં રૂા.650 થાય તો વ્યાજનો દર શોધો.
(1) 2% (2) 3% (3) 5% (4) 10%

14. એક રકમનો 5% લેખે 3 વર્ષનો ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને સાદાવ્યાજ વચ્ચેનો તફાવત રૂા. 122 હોય તો રકમ શોધો.
(1) 15000 (2) 16000 (3) 17000 (4) 18000

15. A એક કામ 25 દિવસમાં પુરું કરે છે જ્યારે B તે જ કામ20 દિવસમાં પુરું કરી શકે છે. જો બંને સાથે 5 દિવસ કામ કર્યા બાદ A ચાલ્યો જાય તો બાકીનું કામB ને પુરું કરતાં કેટલા દિવસ લાગે ?
(1) 5 (2) 7 (3) 9 (4) 11

16. A પાઇપથી એક ટાંકીને ભરાતા 15 કલાક લાગે છે. પરંતુ તળીયામાં લિકેજ હોવાને કારણે ટાંકી 20 કલાકમાં ભરાય છે. જો ટાંકી પુરી ભરેલી હોય તો તેને લિકેજને કારણે ખાલી થતાં કેટલો સમય લાગશે?
(1) 20 (2) 40 (3) 60 (4) 80

17. એક ટ્રેનને એક સિગ્નલ પસાર કરતાં 15 સેકન્ડ અને પ્લેટફોર્મ પસાર કરતાં 25 સેકન્ડ લાગે છે જો પ્લેટફોર્મની લંબાઈ 100 મીટર હોય તો ટ્રેનની લંબાઇ કેટલા મીટર હશે?
(1) 100 (2) 120 (3) 125 (4) 150

18. એક હોડી 24 કિમીનું અંતર પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં અને 36 કિમીનું અંતર પ્રવાહની દિશામાં કાપતા 6 કલાક લાગે છે. તેને 36 કિમીનું અંતર પ્રવાહની વિરુદ્ધ દિશામાં અને 24 કિમીનું અંતર પ્રવાહની દિશામાં કાપતા 6.5 કલાક લાગે છે તો પ્રવાહનો વેગ કેટલા કિમી/ કલાક થાય?
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

19. બે ગોળાના ઘનફળનો ગુણોત્તર 8 : 27 હોય તો તેની વક્રસપાટીના ક્ષેત્રફળનો ગુણોત્તર શોધો.
(1) 4 : 9 (2) 2 : 3 (3) 8 : 16 (4) 3 : 2

20. એક ત્રિકોણની બાજુઓ 20 સેમી, 16 સેમી અને 12 સેમી હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ કેટલા ચોરસ સેમી થાય?
(1) 90 (2) 92 (3) 96 (4) 100

જવાબ

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 2 (6) 2 (7) 1 (8) 3 (9) 3 (10) 4 (11) 3 (12) 2 (13) 3 (14)2 (15) 4 (16) 3 (17) 4 (18) 2 (19) 1 (20) 3

પ્રેક્ટિસ પેપર - 3

1. બે સંખ્યાઓનો લ.સા.અ.2079 અને ગુ.સા.અ. 27 છે જો તેમાંની એક સંખ્યા 189 હોય તો બીજી સંખ્યા કઇ હશે?
(1) 293 (2) 295 (3) 297 (4) 299

2. રૂા.7300નું 5% લેખે 100 દિવસનું સાદુ વ્યાજ કેટલા રૂપિયા થાય?
(1) 60 (2) 80 (3) 100 (4) 120

3. A અને B એક કામ 15 દિવસમાં, B અને C તે કામ20 દિવસમાં અને C અને A તે જ કામ12 દિવસમાં પુરું કરે તો ત્રણેય સાથે તે કામ કેટલા દિવસમાં પુરું કરી શકે?
(1) 5 (2) 10 (3) 15 (4) 20

4. બે નળ એક ટાંકી અનુક્રમે 12 કલાક અને 15 કલાકમાં ભરે છે અને ત્રીજા નળથી ભરેલી ટાંકી 20 કલાકમાં ખાલી થાય છે જો ત્રણેય નળ એક સાથે ચાલુ કરવામાં આવે તો ખાલી ટાંકીને ભરાતા કેટલા કલાક લાગશે ?

(1) 7 (2) 9 (3) 10 (4) 14

5. એક ત્રિકોણનો પાયો તેની ઉંચાઈ કરતા બમણો છે જો તેનું ક્ષેત્રફળ 36 ચો.મી. હોય તો તેની ઉંચાઈ કેટલા મીટર હશે ?

(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10

6. $5 \div 5 \times 5 \div 5 - 5 = ?$

(1) 1 (2) 5 (3) 10 (4) 15

7. જો $x - \frac{1}{x} = 5$ તો $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ની કિંમત શોધો.

(1) 9 (2) 27 (3) 81 (4) 95

8. જો બે સંખ્યાનો ગુણાકાર 39 અને તફાવત 28 હોય તો તેમના વ્યસ્તનો તફાવત શોધો.

(1) 28/39 (2) 39/28 (3) 14/13 (4) 13/14

9. જો A નો પગાર B કરતાં 20% ઓછો હોય તો B નો પગાર A કરતા કેટલા ટકા વધારે હશે ?

(1) 20 (2) 25 (3) 30 (4) 35

10. એક વ્યક્તિ તેની મુસાફરીના ત્રણ સરખા ભાગ અનુક્રમે 40 કિમી/ કલાક, 30 કિમી/કલાક અને 15 કિમી/ કલાકની ઝડપે કાપે છે તો સમગ્ર મુસાફરી દરમ્યાન તેની ઝડપ કેટલા કિમી/કલાક હશે ?

(1) 24 (2) 30 (3) 35 (4) 43

11. પિતા અને પુત્રની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 56 વર્ષ છે જો 4 વર્ષ પછી પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમર કરતા ત્રણ ગણી થાય તો પુત્રની હાલની ઉંમર કેટલા વર્ષ હશે ?

(1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 16

12. 10 વસ્તુની મૂળકિંમત 8 વસ્તુની વેચાણ કિંમત બરાબર થાય તો કેટલા ટકા નફો થાય ?

(1) 20 (2) 25 (3) 30 (4) 40

13. એક રકમ2 વર્ષના અંતે વ્યાજમુદલ રૂા.756 થાય અને 3.5 વર્ષ વ્યાજમુદલ રૂા. 873 થાય તો વ્યાજનો દર કેટલા ટકા હશે?

(1) 10 (2) 11 (3) 12 (4) 13

14. $0.001 \div ? = 0.01$

(1) 10 (2) 0.1 (3) 0.01 (4) 0.001

15. શેરદીઠ રૂ.10 ડિવિડન્ડ આપતા રૂા.100ના બજાર ભાવના શેરમાં રૂા.5500 રોકવાથી વાર્ષિક કેટલા રૂપિયા ડિવિડન્ડ મળશે?

(1) 400 (2) 450 (3) 500 (4) 550

16. 16 સે.મી. વ્યાસના ગોળામાંથી 1 સેમી વ્યાસની કુલ કેટલી ગોળી બનશે ?

(1) 4096 (2) 5096 (3) 6096 (4) 7000

17. A, B અને C વચ્ચે રૂા.700 વહેંચતા A ને B કરતાં અડધી રકમમળે છે અને B ને C કરતા અડધી રકમ મળે તો C ને મળતી રકમકેટલા રૂપિયા હશે.

(1) 200 (2) 300 (3) 400 (4) 600

18. 130 મી. અને 120 મી. લંબાઈની બે ટ્રેન અનુક્રમે 70 કિમી/ કલાક અને 52 કિમી/ કલાકની ઝડપે એક જ દિશામાં ગતિ કરે તો તે બંને ને એકબીજાથી પસાર થતા કેટલો સમય લાગશે ?

(1) 60 સેકન્ડ (2) 60 મિનિટ (3) 50 મિનિટ (4) 50 સેકન્ડ

19. જો બે સંખ્યાઓના વર્ગોના સરવાળો 80 અને તેમના તફાવતના વર્ગ 36 હોય તો તે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર કેટલો થાય ?

(1) 22 (2) 44 (3) 58 (4) 116

20. જો $3^{x-y} = 27$ અન $3^{x+y} = 243$ હોય તો x ની કિંમત શોધો.

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8

જવાબ

(1) 3 (2) 3 (3) 2 (4) 3 (5) 2 (6) 2 (7) 2 (8) 1 (9) 2 (10) 1 (11) 2 (12) 2 (13) 4 (14) 2 (15) 4 (16) 1 (17) 3 (18) 4 (19) 1 (20) 2

પ્રેક્ટિસ પેપર - 4

1. 24.5 માંથી 19.052ને બાદ કરો.

(1) 0.448 (2) 5.448 (3) 3.448 (4) 1.448

2. એક ટ્રેન એક થાંભલો 10 સેકન્ડમાં પસાર કરે છે. ટ્રેનની લંબાઈ 150 મીટર હોય, તો ટ્રેનની ઝડપ કેટલાં કિમી/કલાક હશે ?

(1) 54 (2) 60 (3) 72 (4) 45

3. રૂ.5000 નું 10% લેખે 3 વર્ષનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ અને સાદાવ્યાજનો તફાવત કેટલા રૂપિયા થાય ?

(1) 145 (2) 150 (3) 155 (4) 160

4. (-105) ÷ (-21) = ?

(1) 5 (2) -5 (3) 3 (4) -3

5. ચોરસની બાજુના માપમાં 25% વધારો કરવાથી તેના ક્ષેત્રફળમાં કેટલા ટકા વધારો થાય.

(1) 56.25 (2) 156.25 (3) 50 (4) 125

6. 15 અવલોકનોની સરેરાશ 20 છે જો દરેક અવલોકનમાં 8 ઉમેરવામાં આવે તો નવી સરેરાશ કેટલી થશે ?

(1) 20 (2) 28 (3) 23 (4) 35

7. 50.8 ÷ 2540 = ?

(1) 20 (2) 2 (3) 0.2 (4) 0.02

8. એક વ્યક્તિએ એક ઘડિયાળ રૂ.144માં વેચતા તેની મૂળ કિંમત જેટલા ટકા નફો મળે તો ઘડિયાળની મૂળ કિંમત કેટલા રૂપિયા હશે?

(1) 70 (2) 80 (3) 60 (4) 50

9. 12 પુરુષ અથવા 18 મહિલાઓ સાથે મળીને એક ખેતર 14 દિવસમાં ખેડે છે તો 8 પુરુષ અને 16 મહિલાઓ તે ખેતર કેટલા દિવસમાં ખેડી શકે?

(1) 5 (2) 7 (3) 8 (4) 9

10. $16+34 \times 84 \div 14=?$

(1) 190 (2) 205 (3) 220 (4) 235

11. એક વર્તુળાકાર કોનની ઊંચાઇ 9 સે.મી. અને તેના પાયાનો વ્યાસ 14 સે.મી. છે તો તેનું ઘનફળ કેટલા ઘન સે.મી થાય?

(1) 462 (2) 824 (3) 962 (4) 982

12. જો $(5X+3Y):(5X-3Y)=3:1$ તો $X:Y=?$

(1) 5 : 6 (2) 6 : 5 (3) 7 : 5 (4) 5 : 7

13. 60 લિટરના મિશ્રણમાં દુધ અને પાણીનો ગુણોતર 2:1 છે. તેમાં કેટલા લિટર પાણી ઉમેરતા તે ગુણોતર 1:2 બને?

(1) 20 (2) 30 (3) 40 (4) 60

14. 1.7, 0.51 અને 0.153નો ગુ.સા.અ. શોધો.

(1) 0.015 (2) 0.016 (3) 0.001 (4) 0.017

15. જો $13324 \div 145=91.9$ હોય તો $133.24 \div 9.19=?$

(1) 14.4 (2) 14.5 (3) 14.6 (4) 14.7

16. 14 સે.મી. વ્યાસના વર્તુળનો પરીઘ કેટલા સેમી. થાય?

(1) 11 (2) 22 (3) 33 (4) 44

17. $53+53 \div 53 \times 53-53=?$

(1) 106 (2) 53 (3) 27 (4) 13

18. પહેલી અવિભાજ્ય સંખ્યા કઈ છે?

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

19. $3^x=81$ તો $x=?$

(1) 0 (2) 1 (3) 3 (4) 4

20. $71.25+3.47+?=79$

(1) 4.28 (2) 4.38 (3) 3.38 (4) 5.38

જવાબ : (1) 2 (2) 1 (3) 3 (4) 1 (5) 1 (6) 2 (7) 4 (8) 2 (9) 4 (10) 3 (11) 1 (12) 2 (13) 4 (14) (15) 2 (16) 4 (17) 2 (18) 3 (19) 4 (20) 1